

## آرنولد، ریاضیات، فیزیک، و آموزش ریاضی

سیاوش شهشهانی

shahshah@nic.ir

دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه صنعتی شریف

بیش از سی و پنج سال است که ولادیمیر ایگورویچ آرنولد<sup>a</sup> یکی از قهرمانان من در ریاضیات است. مشکل می‌توانم از کنار نوشته‌ای از او بدون حداقل یک نگاه سطحی بگذرم و تقریباً هیچ وقت هم از این بابت پشیمان نشده‌ام. آرنولد همیشه حرفی برای گفتن دارد. حتی اگر موضوع اصلی مقاله‌اش را نفهمم یا باور نکنم، جوانب و حاشیه‌ها حتماً نکاتی آموزنده و گاهی حیرت آور دارد. ذوق و ابتکار ریاضی آرنولد، صراحت و بی‌پیرایگی برخورد او با مسائل، احتراز وی از زبان متکلف و پیچیده، و بالاخره شور، شوق، و شیطنتی که در نوشته‌های او موج می‌زند، قدرت سرایتی دارد که کمتر خواننده‌ای را مبتلا نمی‌کند.

در ربع قرن اخیر، که پای سفر آرنولد به خارج از شوروی سابق باز شده، جهان ریاضیات شاهد مصاحبه‌ها، سخنرانی‌ها، و مشارکت او در مجامع ریاضی بوده است؛ و جنبه دیگری از شخصیت آرنولد نمایان شده است، که هر چند چیزی از منزلت رفیع او در ریاضیات نمی‌گاهد، ولی موجب شده است که بسیاری در ارتباطات اجتماعی و عمومی با او جانب احتیاط پیش گیرند. در برخوردهای عمومی معلوم شده است که زبان نیش‌دار و رفتار بی‌رحمانه آرنولد حدود متعارف جامعه علمی را به رسمیت نمی‌شناسد. در یک اجلاس عمومی که به منظور بزرگداشت ریاضی‌دان انگلیسی، کریستوفر زیمان<sup>b</sup> برپا شده بود، آرنولد مدعو چنان بر حیثیت علمی زیمان تاخت که بزرگداشت به یک جلسه محاکمه مبدل شد. مبارزات مستمر او برای احقاق حق تقدم ریاضی‌دانان شوروی سابق، در ضمن این که بعضاً بر حق و مؤثر بوده است، گاهی چنان به افراط و تکرار کشیده است که نتایج معکوسی هم به همراه داشته است. ممکن است این تمایلات دنباله طبیعی شخصیت ریاضی آرنولد تلقی شود، ولی این گونه سخن و رفتار در میان ریاضی‌دانان شوروی سابق نادر نیست—گویی چند دهه سلطه حکومت توتالیترا مکان یادگیری گفتمان انتقادی غیر خصمانه را از آن‌ها سلب کرده است. در هر حال، قصد من در این جا روانکاوی فردی یا اجتماعی نیست—به اصل نوشته آرنولد خواهم پرداخت.

در مقاله "در باره ی آموزش ریاضیات" [1] که صورت کتبی سخنان آرنولد در یک گردهمایی مربوط به آموزش ریاضی در پاریس، حدوداً هشت سال پیش است، می‌توان سه جزء متمایز تشخیص

داد:

- ۱) نظرات آرنولد در مورد آموزش ریاضی،
- ۲) نظرات آرنولد در مورد ماهیت ریاضیات،
- ۳) نظرات آرنولد در مورد ریاضیات در فرانسه.

علی‌الاصول باید سه موضوع بالا را به طور مجزا بررسی کرد و برای بحث دقیق تفکیک سه موضوع لازم است.

البته دیدگاه ما نسبت به ماهیت ریاضیات خودبه‌خود بر آن چه به عنوان ریاضیات تدریس می‌کنیم اثرگذار است؛ و وقتی ریاضی‌دانان حرفه‌ای به حیطة آموزش ریاضیات وارد می‌شوند، اغلب برای خود رسالت ارشاد در مورد "ریاضیات واقعی" یا "واقعیت ریاضیات" قائل اند، و کمتر توجهی به روانشناسی یادگیری، یا نقش ریاضیات به عنوان جزئی از معرفت عمومی—چه از نظر فرهنگی و چه از نظر ابزاری—دارند. افراط و تفریطهایی که در نیم قرن گذشته در دگرگونی‌های متناوب آموزش ریاضیات مدارس صورت گرفته، و در مقاله آرنولد نیز نقد می‌شود، تا حد زیادی ناشی از تمایلات ایدئولوژیک غالب بر ریاضیات هر دوره بوده است. متخصصان آموزش ریاضی حق دارند از فشارها و تندروی‌های ریاضی‌دانان برای تحمیل دیدگاه‌های فلسفی خود بر روند آموزش ریاضی شاکی باشند—هر چند که جا دارد موضع‌گیری‌های ضعیف و دنباله‌روی‌های آموزش‌کاران حرفه‌ای نیز نقد شود.

ساختار مقاله آرنولد کاملاً روشن است. در پاراگراف‌های اول و سوم مقاله نظرانی کاملاً غیرمتعارف در مورد ماهیت ریاضیات و سیر تاریخی ریاضیات ابراز می‌کند—بدون ذکر مدرک، دلیل، و پشتوانه عینی—و در بقیه مقاله بر اساس این فرضیات به نتیجه‌گیری‌هایی انتقادی در مورد وضعیت آموزش ریاضی، و وضعیت ریاضیات در فرانسه می‌پردازد. "اصول موضوعه" آرنولد به این شرح اند:

پاراگراف اول: "ریاضیات بخشی از فیزیک است. فیزیک علمی تجربی، و بخشی از علوم طبیعی است. ریاضیات بخشی از فیزیک است که آزمایش‌های آن ارزان است."  
دو جمله اول پاراگراف سوم: "در اواسط قرن بیستم کوشیدند فیزیک و ریاضیات را جدا کنند. نتیجه فاجعه آمیز بود."

عنوان مقاله و جمعی که آرنولد در آن سخن می‌گفته از این حاکی است که موضوع اصلی در این جا "آموزش ریاضی" است، و ظاهراً آرنولد قصد دارد نظرات خود در مورد آموزش ریاضی را تبلیغ و ترویج کند. اگر واقعاً چنین باشد، انتخاب نقطه شروع کاملاً ناشیانه به نظر می‌رسد. امروز افراد زیادی که دیدگاه‌های فلسفی و تاریخی بسیار متفاوت از آرنولد دارند، به دلایل دیگری، به همان نتایج آرنولد در مورد آموزش ریاضی رسیده‌اند. اگر دغدغه اصلی آرنولد ترویج اصلاح در آموزش ریاضی است، و قصد دارد تجویزات خود را به کرسی عمل بنشانند، طبیعی به نظر می‌رسد که سعی کند از مشترکاتی

شروع کند که برای طیف وسیعی از ریاضی‌پیشگان قابل قبول باشد. خواننده یا مستمعی که توجه اصلی‌اش معطوف آموزش ریاضی است، از آغاز در این وضعیت ناخوشایند قرار می‌گیرد که ظاهراً باید از اصلاحات مورد نظر آرنولد در چارچوب نقطه‌نظرهای فلسفی و تاریخی مشکوکی دفاع کند. ظن دیگری که در این جا به ذهن می‌رسد این است که شاید دغدغه اصلی آرنولد آموزش ریاضی نباشد، بلکه یا صرفاً به یکی از جنجال‌آفرینی‌های معروفش دامن زده، یا از وضعیت نامطلوب آموزش ریاضی به عنوان ابزاری برای ترویج افکار دیگرش، و تخطئه ریاضیات فرانسه استفاده می‌کند.

به فرضیات فلسفی و تاریخی آرنولد بپردازیم. به چه معنایی جمله «ریاضیات بخشی از فیزیک است ...» می‌تواند اعتبار داشته باشد؟ کلمه ریاضیات (یا معادل آن در زبانهای باستانی) بیش از دو هزار سال است که رواج دارد. در این مدت بخشی از معارف به این نام شناخته شده، و با وجود تغییرات، سیر تحول تاریخی آن چه به عنوان ریاضیات شناخته شده، کاملاً قابل تعقیب است.

نقطه شروع فیزیک، به عنوان یک علم و استقلال آن از فلسفه طبیعی، قرن هفدهم میلادی است. از قضا آرنولد در کتاب کوچکی [2] بعضی تحولات کلیدی و شخصیت‌های برجسته‌ای را که در قرن هفدهم میلادی در پیدایش فیزیک از یک سو، و متبلور شدن حساب دیفرانسیل و انتگرال از سوی دیگر، نقش داشتند، بررسی می‌کند. او که مدتی را صرف مطالعه یادداشت‌های روزانه نیوتن کرده است، تصویر دقیقی از نقش نیوتن در این ماجرا رسم می‌کند.

بر خلاف تصویری که در بعضی محافل رایج است، انگیزه نیوتن برای پرداختن به حساب دیفرانسیل و انتگرال مسائل مکانیک و اخترشناسی نبوده است. وقتی زندگی علمی نیوتن شروع شد، هسته‌های حساب دیفرانسیل و انتگرال، که انگیزه‌اش حل مسائل هندسی بود، تقریباً یک قرن بود که نمایان شده بود و یکی از مشغله‌های عمده ریاضیدانان به شمار می‌رفت. نیوتن هم در این وادی وارد شد و آثار کلیدی‌اش این مجموعه از کاوش‌های ریاضی را به صورت شاخه‌ای متمایز و برجسته از ریاضیات، با همه کاستی‌ها و مشکلاتی که با آن مواجه بود، تثبیت کرد. در آن برهه از فعالیت علمی‌اش، نیوتن بیست و چند ساله، هنوز به مسائل مکانیک و اخترشناسی وارد نشده بود. حتی سال‌ها بعد که به این مسائل پرداخت و اثر دوران‌ساز پرنیونکیپیا<sup>c</sup> را پدید آورد، از حساب دیفرانسیل و انتگرال که مبنای مترلزی داشت در آن اثر بهره‌نجامت، و استدلال‌های بسیار ابتکاری هندسه کلاسیک و مخروطات را مبنای ریاضی کار خود در مکانیک قرار داد.

فیزیکدانان واقعی زمان، یا علمای فلسفه طبیعی، مانند هوک<sup>d</sup>، هیچ‌گاه نیوتن را به عنوان یک فیزیکدان نپذیرفتند. در نظر آنان نیوتن ریاضیدانی بود که نه تنها چیزی بر دانش واقعی مکانیک نیفزوده بود، بلکه آن چه را که فلاسفه طبیعی کشف کرده بودند به زبان نامفهوم ریاضی بیان می‌کرد. خود نیوتن هم در سراسر زندگی علمی‌اش خود را یک ریاضی‌دان قلمداد می‌کرد. این تلقی صرفاً هم مسئله رقابت و نزاع بر سر تقدم نبود، بلکه تا حدی بر پارادایم غالب زمان در مورد فیزیک یا فلسفه

طبیعی تکیه داشت. اصطلاح فلسفه طبیعی تا حد زیادی گویای این تمایز است. قرن‌ها مشغله اصلی فیزیکدانان یافتن علت غایی حرکت بود، نه یافتن یک چارچوب عملی برای محاسبه کمی و پیش‌بینی دقیق حرکت. موفقیت حیرت‌آور چارچوبی که نیوتن در پرنکیپیا آفرید پارادایم غالب بر فیزیک را کاملاً دگرگون ساخت. فلاسفه طبیعی درست می‌گفتند که نیوتن چیزی به بصیرت فلسفی علت‌ها نیفزود. ولی نیوتن راهی برای استفاده مؤثر از ریاضیات در فیزیک گشود، راهی که مشغله ذهنی فیزیکدانان را از فلسفه و جستجوی علت‌هایی غایی به کوشش برای یافتن نظام ریاضی حاکم بر پدیده‌های طبیعی تغییر داد. در واقع فقط یک انقلاب تجربی نبود که فیزیک را از بند فلسفه طبیعی آزاد کرد، بلکه یک انقلاب ریاضی هم رخ داد که پشتوانه موفقیت عملی این حرکت بود.

غرض از این یادآوری تاریخی این است که تأکید کنم اگر برداشت متداول در هر زمان از کلمه‌های "ریاضیات" و "فیزیک" منظور شود، در هیچ زمانی ریاضیات جزئی از فیزیک محسوب نشده است. بالعکس، پس از انقلاب نیوتنی، همواره مجموعه‌ای از دانشمندان بوده است که کانون توجه اصولی‌اش فیزیک بوده، ولی فعالیت روزمره‌شان ریاضی‌کاری بوده است. این افراد را فیزیکدان نظری می‌نامیم، ولی در بعضی کشورهای پایبند به سنت، مانند بریتانیا، ریاضیدان کاربردی نیز نامیده می‌شوند.

در فاصله نزدیک به دو قرن، از آغاز قرن هیجدهم میلادی تا اواخر نیمه دوم قرن نوزدهم، مسائل نظری فیزیک یکی از اشتغالات فکری بسیاری از ریاضی‌دانان بود. از اواخر قرن نوزدهم به دنبال دگرگونی‌هایی که در درون ریاضیات رخ داد، آن دسته از ریاضی‌کارانی که اشتغال فکری‌شان بیشتر مسائل پدید آمده از فیزیک بود، تدریجاً به جامعه فیزیک نزدیک‌تر شدند و فیزیکدانان نظری و متخصصان ریاضی فیزیک را به وجود آوردند. طبیعی است که در طیف این گروه بعضی به فیزیک واقعی متعهدتر اند و بعضی دیگر تمایلات ریاضی‌شان غالب است.

اما به دست کم دو تعبیر دیگر ادعای آرنولد قابل تأمل است. هم‌اکنون گروهی از فلاسفه ریاضی معتقد به "ریاضیات به عنوان یک علم طبیعی" هستند. در دیدگاه بعضی از اینان موضوع ریاضیات کشف ساختارهای زیربنایی شکل‌دهنده جهان، و به زعم گروهی دیگر کشف ساختارهای زیربنایی ارتباط فکر بشر با پدیده‌های طبیعی است. ولی هر دو گروه موضوع ریاضیات را کاملاً متمایز از موضوع فیزیک می‌دانند، و مقصود آرنولد نمی‌تواند این تعبیر باشد. تعبیر دیگری که به ظن قوی مورد نظر آرنولد است، همان تعبیری است که گاهی در اوایل قرن بیستم ابراز می‌شد، و نمونه بارز آن این اظهار نظر برتراند راسل<sup>(۶)</sup> جوان در اوج تمایلات افراطی منطق‌گرایی او بود که گفته بود قبل از قرن هیجدهم هیچ اثر جدی ریاضی وجود نداشته است. اساس این تلقی این است که تعریف یا برداشت غالب در مورد یک رشته، مثلاً ریاضیات، در یک زمان خاص را به طور جزئی مبنای قضاوت آثار عصرهای دیگر قرار دهیم. اگر برداشت امروزی غالب در ریاضیات از یک طرف و فیزیک نظری از سوی دیگر را مبنای قرار دهیم، ریاضیات ماقبل قرن بیستم شاید شبیه‌تر به فیزیک نظری امروز باشد تا به ریاضیات امروز. آرنولد احتمالاً حسرت دوران گذشته‌ای را بیان می‌کند که بیش از یک قرن است سپری شده و برخلاف نظر او

مربوط به اواسط قرن بیستم نیست.

از پاراگراف سوم آرنولد بوی یک توطئه نظام سرمایه‌داری غربی استشمام می‌شود، که خواسته‌اند به دلیل مشکوکی میان ریاضیات و فیزیک جدایی بیندازند. ولی واقعیت تاریخی، که بارها بیان شده، این است که این جدایی به دلایل کاملاً طبیعی و مشروع، نه در اواسط قرن بیستم توسط توطئه‌چینان بورباکی<sup>(f)</sup> در فرانسه، بلکه در نیمه دوم قرن نوزدهم به دست ریاضی‌دانان آلمانی پایه‌گذاری شد.

همان‌طور که آرنولد معتقد است، ریاضیات باستان یک علم طبیعی بود با پایه تجربی، که از نظام کمیات منفصل و متصل، و از شکل‌ها و فضای ملموس سخن می‌گفت. در ریاضیات ماقبل قرن بیستم، "تعریف" مفاهیم خیلی شبیه تعریف در فیزیک امروز بود، یعنی کوششی بود کلامی برای توصیف واقعیات عینی در جهان بیرون که مستقل از ذهن ما وجود دارند. مقوله "وجود" در ریاضیات مستقل از وجود طبیعی نبود، و به همین دلیل موانع روانی و فلسفی در راه پذیرفتن عدد اصم، اعداد منفی و موهومی، و هندسه‌های نااقلیدسی وجود داشت. در قرن نوزدهم میلادی بحرانهای فلسفی که همواره در مبانی ریاضیات وجود داشت و به خصوص از قرن شانزدهم دامنگیر ریاضیات شده بود به اوج رسید. در نیمه دوم آن قرن چند حرکت ریاضی-فلسفی توسط ریاضی‌دانان آلمانی، که به زعم بعضی متأثر از فلسفه ایده‌آلیستی آلمانی بودند، به این بحرانها فیصله داد و موجب یک دگرگونی پارادایم در مقوله وجود در ریاضیات شد. از یک سو ریمان<sup>(g)</sup> مفهوم هندسه را به بررسی نظام تشکّل کمیت‌های متصل از هر بعد تعمیم داد، و تمایز میان هندسه "فضای فیزیکی حادث" و هندسه به مفهوم عام را تأکید کرد. از سویی ددکیند<sup>(h)</sup> تعریفی دقیق از مجموعه اعداد حقیقی ارائه داد و برای اولین بار به توصیف دقیقی از کمیت متصل، مستقل از تعهدات فیزیکی و فلسفی، دست یافت. کوشش ددکیند و دیگران به تضادی که پس از پیدایش حساب دیفرانسیل و انتگرال میان پیوستار هندسی و پیوستار آنالیزی، که یکی فاقد عناصر بی‌نهایت کوچک بود و دیگری شامل آنها بود، خاتمه داد. همزمان راه را برای معرفی مفاهیم مجرد دیگری که وجود فیزیکی برای آنها تصور نمی‌شد ولی در عین حال به پیشبرد جریان اصلی ریاضیات کمک می‌کردند باز نمود.

حال که مسئله وجود در ریاضیات از قید وجود فیزیکی رها شده بود، مشکل فلسفی هویت وجودی و مبنای اعتقاد ما به دانش این گونه اشیاء مجرد مطرح شد. مقبول‌ترین پاسخ‌ها را کانتور<sup>(i)</sup> و هیلبرت<sup>(j)</sup> ارائه کردند. مجموعه‌های کانتور تبدیل به "ماده‌ای" شد که از آن اشیاء ریاضی ساخته می‌شد. هیلبرت که عمیقاً به تأثیر مثبت این حرکت‌های رهایی‌بخش برای توسعه و رونق ریاضیات اعتقاد داشت، و از طرفی دیگر نگران متزلزل شدن پایه‌های یقین در ریاضیات بود، برنامه معروف خود را برای بازسازی مطمئن نظام ریاضیات ارائه داد. طبق این برنامه، مجموعه‌ای از اصول موضوع که ناسازگار نباشد، می‌تواند اساس یک نظریه ریاضی باشد. این بدین معنی نیست که همه نظریات ارزش مساوی دارند، همان‌طور که هر مجموعه بزرگی از جملات درست از نظر دستور زبان می‌تواند یک مقاله یا یک کتاب

تلفی شود، ولی لزوماً اثر ادبی محسوب نمی‌شود.

دو نکته قابل توجه در این جا نیاز به تأکید دارد. یکی این که علی‌رغم آزادی نوع فعالیت ریاضیاتی، همچنان اجماع نظر چشم‌گیری در ارزش‌گذاری آثار ریاضی در جامعه ریاضی وجود دارد. دوم این که خطوط فعالیت تحقیقاتی ریاضی همچنان سیر پیوسته تاریخی خود را طی می‌کند، و علی‌رغم تغییرات چهره و زبان، دگرگونی فلسفی، و پیدایش رشته‌های جدید، گسستگی قابل ملاحظه‌ای در تحقیقات ریاضی پدید نیامده است. در عملکرد روزمره، محققان همچنان افلاطونی‌مشرّب باقی مانده اند. یعنی خود را در هر صورت جوینده و کاشف حقایقی می‌دانند که به نوعی عینیت دارند. تفاوت ریاضیدان و عالم طبیعی در نوع تعهد نهایی است. نهایتاً کار عالم طبیعی بر مبنای تطابق نتایج آن با واقعیت بیرونی ارزش‌گذاری می‌شود، ولی ارزش کار عالم ریاضی با یک سلسله ضوابط درونی سنجیده می‌شود. در عمل اگر جهان خارج را به اندازه کافی وسیع تعریف کنیم، که شامل جهان ایده‌ها و مفاهیم هم باشد، این دو همخوانی شگفت‌آوری دارند. در این جا جمله پیکاسو<sup>k</sup> بی‌ربط نیست که می‌گوید "هنر دروغی است که ما را به سوی حقیقت سوق می‌دهد." کار ریاضی‌دان به تطابق با حقایق بیرونی متعهد نیست، ولی آثار خوب ریاضی چارچوب فکری و زبان مناسب برای رسیدن به حقیقت را فراهم می‌آورند.

اشارات مستقیم آرنولد به آموزش ریاضی، به خصوص در فرانسه، چاشنی قابل ملاحظه‌ای از حمله به بورباکی دارد. در دهه ۱۹۳۰، گروهی از ریاضی‌دانان جوان فرانسوی که پیرو نظرات هیلبرت بودند، و ریاضیات فرانسه را نسبت به آلمان، به خصوص در سبک آموزش، عقب‌افتاده و ارتجاعی قلمداد می‌کردند، همت به نوشتن مجموعه‌ای در ریاضیات کردند که می‌خواستند برای ریاضیات جدید نقش اصول اقلیدس برای ریاضیات یونان را ایفا کند. این گروه با نام جمعی بورباکی فعالیت می‌کرد. از مؤسسان این گروه فقط آنری کارتان<sup>l</sup> صدساله هنوز زنده است، و چون سن بازنشستگی اجباری ۵۰ قاطعانه اجرا می‌شد، اکثر درخشان‌ترین ریاضی‌دانان اواسط قرن بیستم فرانسه حداقل مدتی به عضویت گروه راه یافتند.

هر چند فعالیت کتاب‌نویسی بورباکی به حرف آخر نرسید، ولی مجموعه عظیمی که با سبک مشخص و تأکید بر اهمیت ساختارها در ریاضیات پدید آوردند، اثری بسیار گسترده بر چهره ریاضیات قرن بیستم گذاشت. بسیاری از نمادها، اصطلاحات، و شیوه‌های رایج بیان ریاضیات امروز در واقع میراث بورباکی است.

هر چند ظاهراً هیچ‌گاه بورباکی نظر خاصی به طور جمعی در مورد آموزش ریاضیات پیش از دانشگاه ابراز نکرده بود، ولی همراه شدن بعضی از اعضای بورباکی با ساختارگرایان رشته‌های علوم تربیتی منجر به تغییراتی در برنامه‌های ریاضی دبیرستان و دبستان، نخست در فرانسه، سپس در آمریکا، و نهایتاً در بیش‌تر کشورهای جهان شد که ریاضیات جدید دبیرستانی، با هویت نامعلومش، یکی از دستاوردهای آن محسوب می‌شود. یکی از اولین کسانی که در این زمینه زنگ خطر را به صدا در آورد

ریاضی‌دان فقید فرانسوی، رنه نوم<sup>m</sup> بود که در مقاله معروفی [3] در سال ۱۹۷۱ تغییرات برنامه ریاضی مدرسه، به خصوص تضعیف هندسه سنتی را، که ناشی از بورباکیسم می‌دانست، به باد انتقاد گرفت. در آن زمان نقد بورباکی هنوز مُد نشده بود، ولی طی این سی و اندی سال، سیل حمله به بورباکی، چه در سطح دانشگاه و چه در سطح پیش از دانشگاه، به جریان عظیمی مبدل شده است. مقاله آرنولد نمونه‌ی نه چندان برجسته‌ای از این جریان است، مزین به پیش‌داوری‌های شخصی نویسنده. توم یکی از ریاضی‌دانان غربی قویاً مورد علاقه و احترام آرنولد بود، و کسانی که مقاله سی سال پیش توم را خوانده باشند، تأثیر واضح آن بر نوشته آرنولد را به راحتی مشاهده می‌کنند. موضوع اصلاح برنامه آموزشی در سطوح مختلف و بورباکی‌زدایی سالها است که در جامعه ریاضی مطرح است. در مجموع انتقادهای زیر نسبت به برنامه دوره لیسانس دانشگاهی ریاضیات مطرح می‌شود:

- ۱) توجه بیش از اندازه به جنبه‌های صوری موجب فقر محتوایی برنامه شده است.
- ۲) تأکید بر نظریات پاکیزه و کامل جوی مصنوعی ایجاد می‌کند که دانشجو را در مرحله پژوهش دچار سردرگمی و تشویش می‌کند.
- ۳) فقدان کاربردهای ریاضیات در برنامه، هم دانشجو را از دانش ارتباط فرهنگی و تاریخی ریاضیات با سایر رشته‌ها محروم می‌کند، و هم امکانات شغلی دانشجو را پس از فراغت از تحصیل محدود می‌سازد.

این انتقادهای، به تناسبهای گوناگون، در مورد برنامه‌های کشورهای مختلف شنیده می‌شود. آنچه را که آرنولد در مورد فرانسه، به خصوص اکول نُرمال، می‌گوید، به نظر کاملاً دور از واقعیت و دور از انصاف است. از قضا منتقدان برنامه آموزشی دوره کارشناسی در امریکا همواره به برنامه ریاضی فرانسه، به خصوص اکول نُرمال، و روسیه، به خصوص دانشگاه مسکو، به عنوان برنامه‌های برتر می‌نگرند؛ و معتقدند این دو به طور نسبی در تربیت ریاضی‌دان حرفه‌ای، که هم وسعت و هم عمق معلومات دارد، موفق‌تر از دانشگاه‌های امریکا عمل کرده‌اند. البته میان ریاضیاتی که در روسیه و فرانسه تدریس می‌شود تمایزهای گرایشی هست. در مجموع، در روسیه که در اواسط قرن بیستم از حیطة نفوذ بورباکی دورتر بود، تأکید کمتری بر ساختارهای کلی، و تأکید بیشتری بر شهود وجود دارد. منتقدان برنامه روسیه هم به این اشاره می‌کنند که آثار غلط و نتایج مشکوک و نامفهوم، در کارهای ریاضی‌دانان روسی به طور محسوس بیش از ریاضی‌دانان غربی است. در ارزیابی ریاضیات فرانسه، کافی است اشاره شود که از ۴۰ برنده مدال فیلدز<sup>n</sup>، تا به امروز ۱۰ نفر ریاضی‌دان فرانسوی یا تحصیل‌کرده فرانسه بوده‌اند، که با توجه به جمعیت، بالاترین نسبت در جهان است. بالاخره به این نیز باید توجه شود که پس از فروپاشی شوروی، ولادیمیر آرنولد نیمی از وقت خود را در کشور فرانسه می‌گذراند.

[1] ولادیمیر آرئولد: "در باره ی آموزش ریاضیات"، متن گسترش‌یافته سخنرانی در Palais Découverte (پاریس 7 مارس 1997). ترجمه‌ای از این نوشته در گاما، ش 6 (بهار 1384)، صص 18 تا 27، چاپ شده است.

[2] Arnold, V. I.: *Huygens and Barrow, Newton and Hooke: Pioneer in Mathematical Analysis and Catastrophe Theory*, Birkhaeuser, 1990.

[3] Thom, R.: "Modern Mathematics: An Educational and Philosophical Error?" *American Scientist*, Nov-Dec 1971, pp. 695-699.

ترجمه فارسی این مقاله با عنوان "آیا ریاضیات نوین اشتباهی فلسفی و آموزشی است؟" در بولتن انجمن ریاضی ایران، شماره 5، زمستان 1355، صص 7 تا 23 چاپ شده است.

## نام‌های خاص

a) Vladimir Igorovich Arnold, b) Erik Christopher Zeeman, c) Principia, d) Robert Hooke, e) Bertrand Russell, f) Bourbaki, g) Riemann, h) Dedekind, i) Cantor, j) Hilbert, k) Picasso, l) Henri Cartan, m) René Thom, n) Fields Medal,

کُلْمُگُرْف<sup>1</sup> هم از چیزی غیر از ریاضی شروع کرد - تاریخ می‌خواند. اولین مقاله اش را، که در هفده‌ساله‌گی نوشته بود، در سمیناری زیر نظر بَخروشین<sup>2</sup> در دانش‌گاه مسکو<sup>3</sup> ارائه داد. بر اساس تحلیل اسناد مالیاتی ی-قرون وسطای نُوگُرد<sup>4</sup> نتیجه‌ای گرفته بود. پس از سخنرانی اش از بَخروشین می‌پرسد که آیا با نتیجه‌گیری اش موافق است. استاد در پاسخ می‌گوید: "مرد جوان! در تاریخ برای هر نتیجه‌گیری ای دست‌کم پنج اثبات لازم داریم." روز بعد کُلْمُگُرْف به ریاضیات تغییررشته داد. مقاله را پس از مرگ اش در آرشیو اش کشف کردند و چاپ کردند، و تاریخ‌دان‌ها آن را تأیید کرده اند.

From: Interview with V. I. Arnold, in *Notices of American Mathematical Society*, April 1997, p. 437

1) Kolmogorov, 2) Bakhrushin, 3) Moscow University, 4) Novgord