

سیتپور

به خاطر روایتگری در علم!



مقدمه‌ای بر

باز بهنجارش

این قسمت: مدل آیزینگ

عباس ک. ریزی



SITPOR.ORG/RENORM



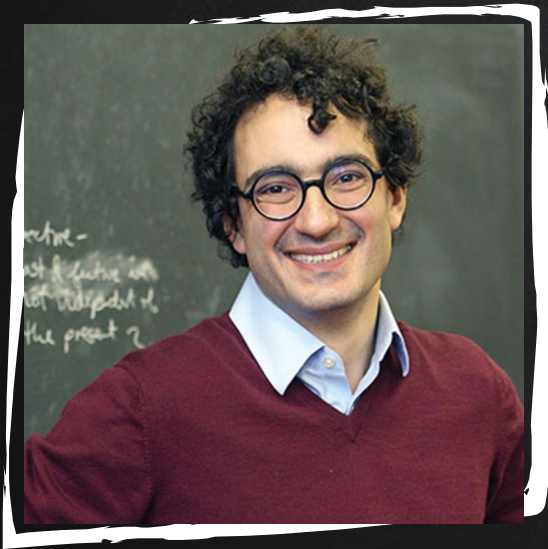
CCNSD.IR/ABBAS



ABBASCARIMI@GMAIL.COM

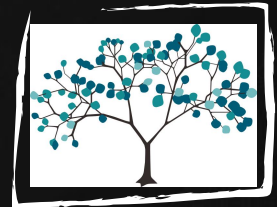


INTRODUCTION TO RENORMALIZATION

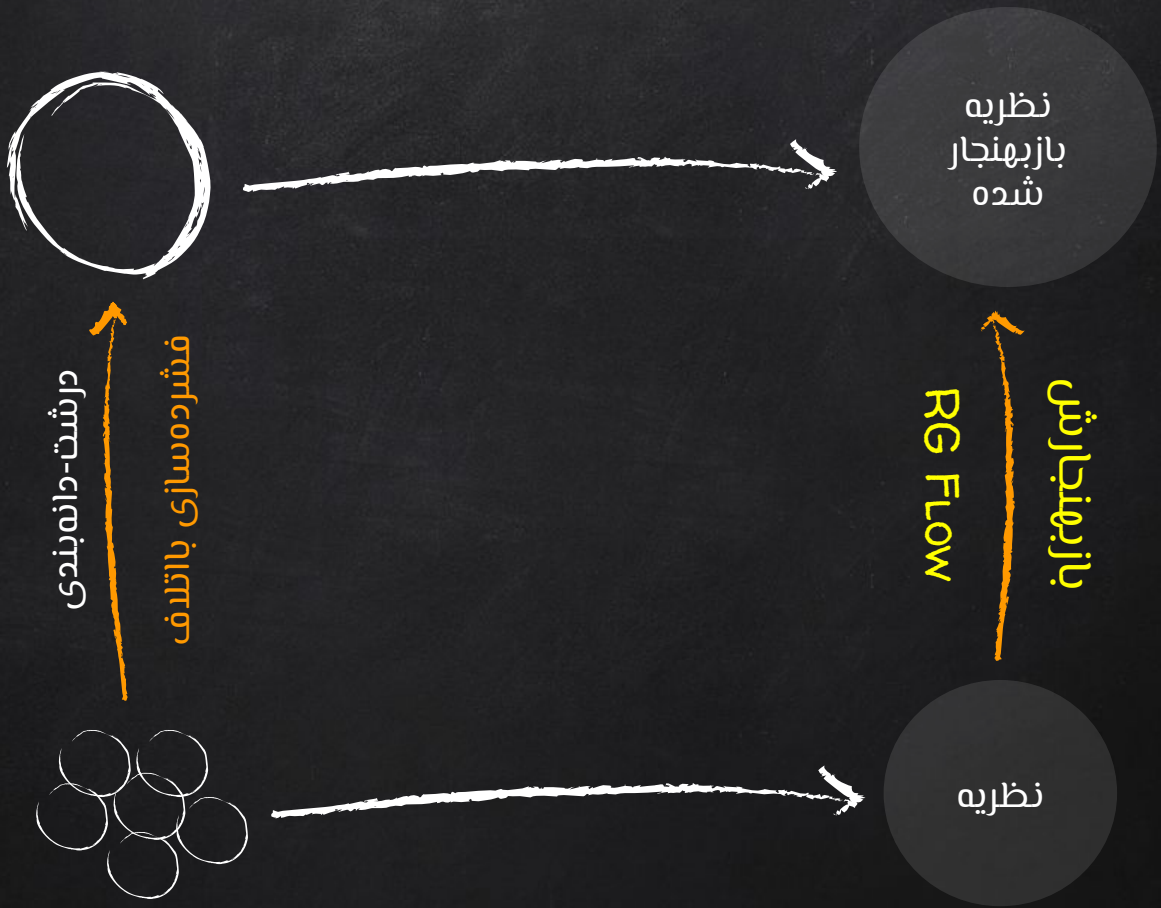


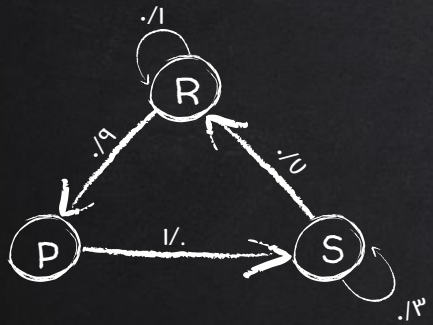
SIMON DEDEO, PH.D. IN ASTROPHYSICS

- ✗ ASSISTANT PROFESSOR, LABORATORY FOR SOCIAL MINDS, CARNEGIE MELLON UNIVERSITY
- ✗ EXTERNAL FACULTY AT THE SANTA FE INSTITUTE
- ✗ [HTTP://BIT.LY/SFIRENORM](http://bit.ly/SFIrenorm)



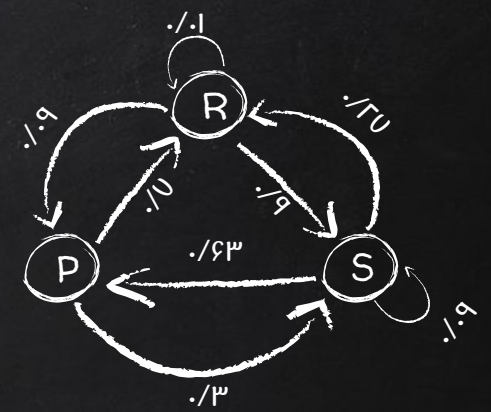
آنچه گذشت





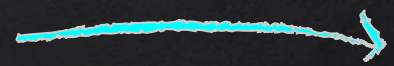
بازبهنجارش

RG



PSSRPSSRRPSSRPSRPSRPSRPSRPS
 RRPSRPSRRPSRPSRPSRPSRPSRPSR
 SSRRPSRPSRPSRPSRPSRPSRPSRPS
 PSRPSRPSRPSRPSRPSRPSRPSRPS...

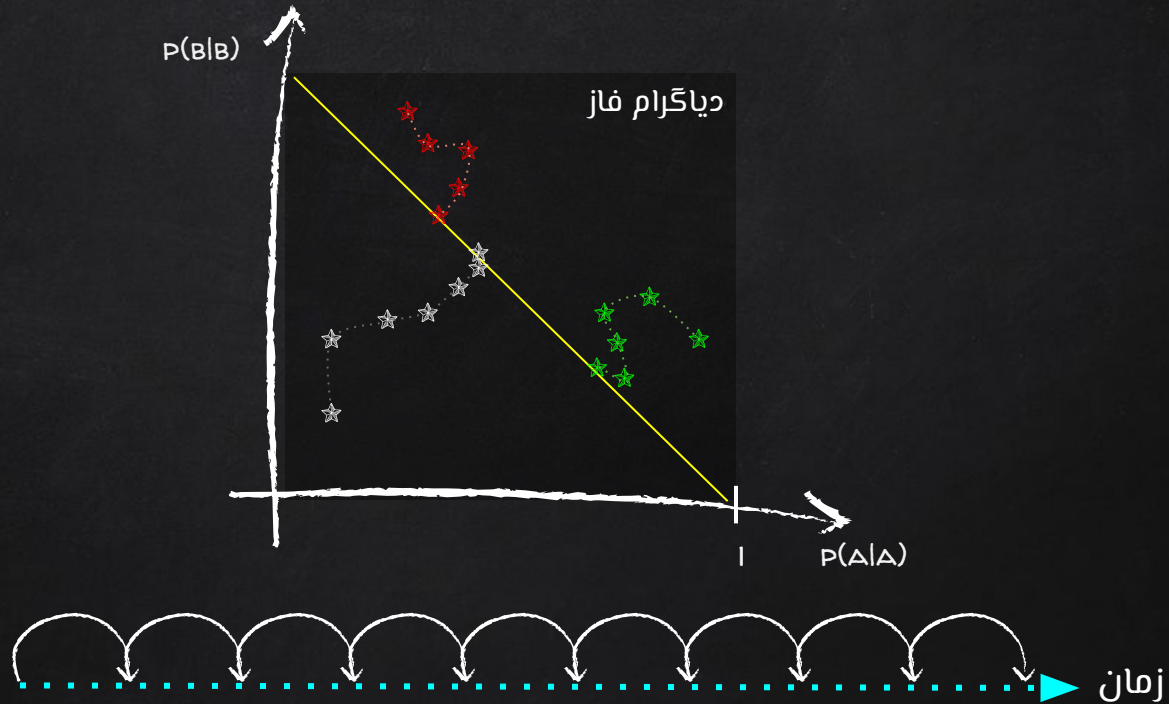
درشت-دانه بندی



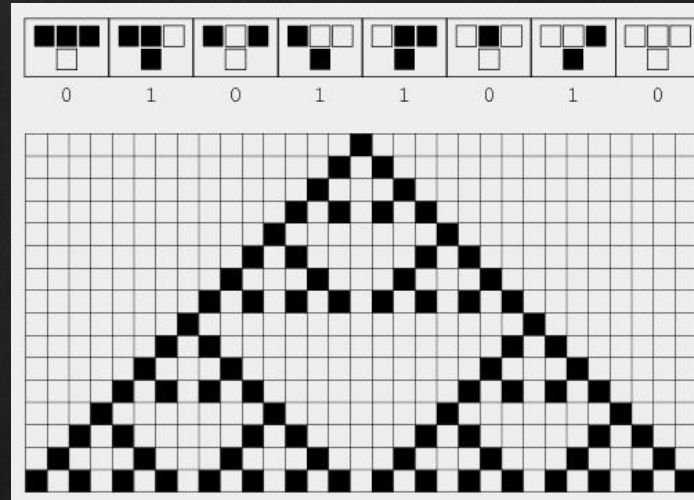
PSPSRSPRPSRPSRPSRPSRPSR
 PRSPRSPRPSRPSRPSRPSRPSR
 SPSRSPRPSRPSRPSRPSRPSR...



درشت-دانه بندی سری زمانی و عدم تغییر کلاس مدل

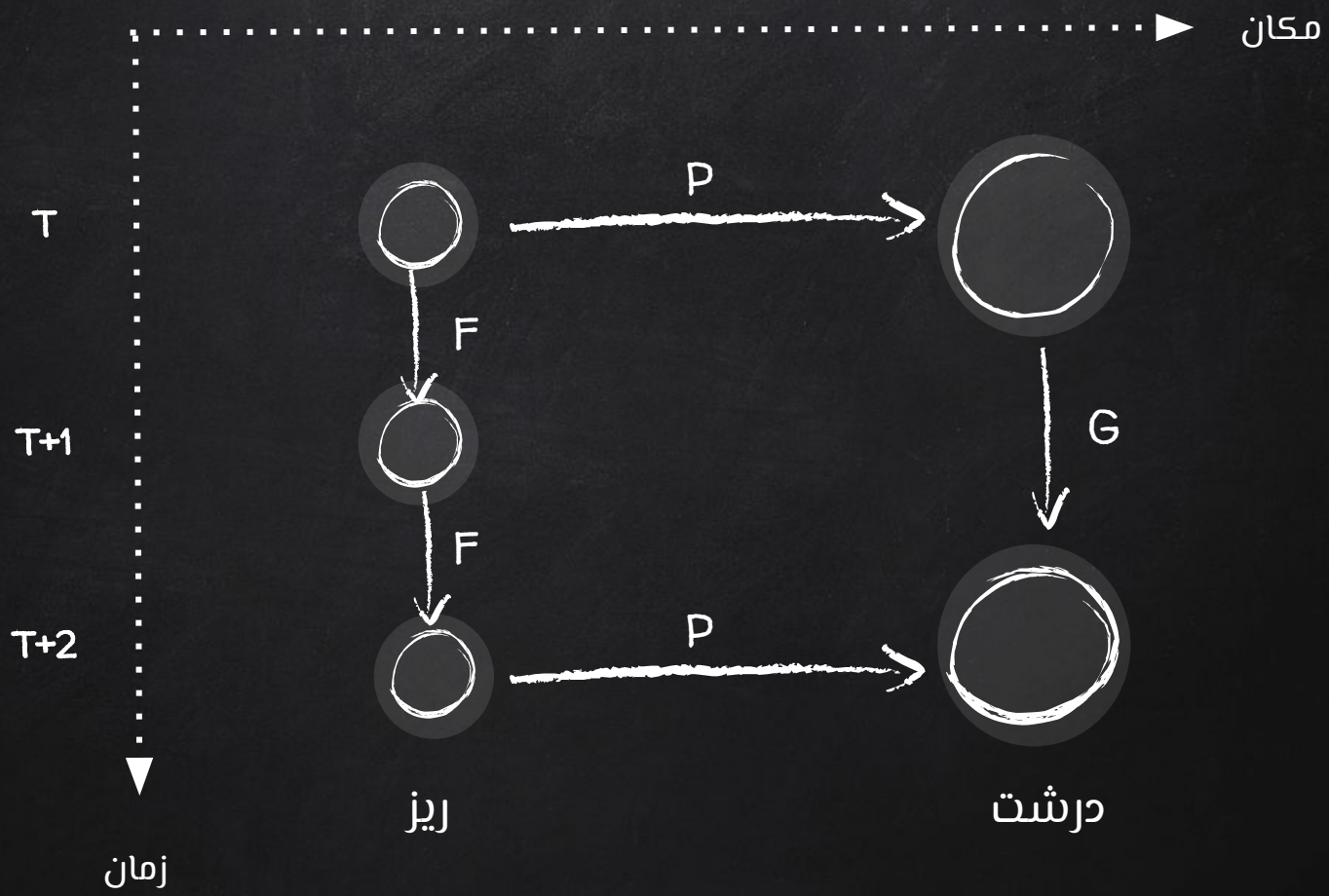


اتوماتای سلولی



زمان

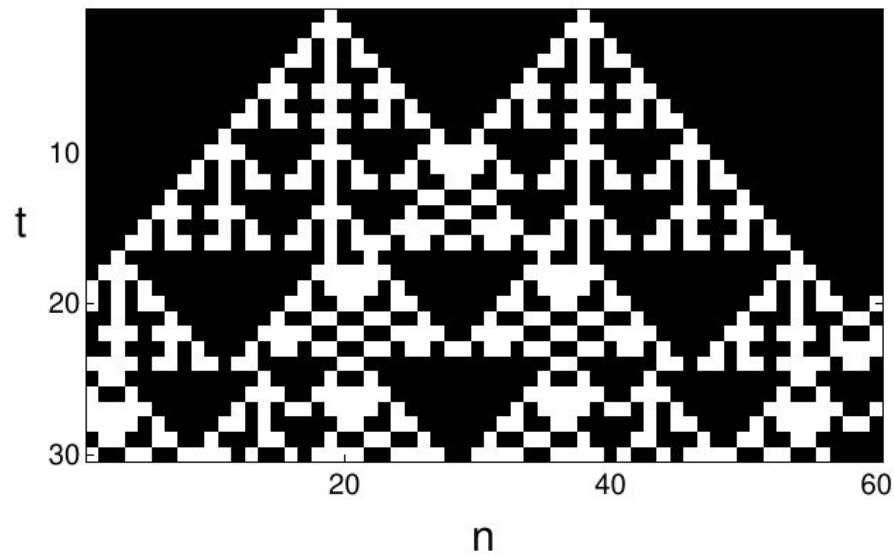
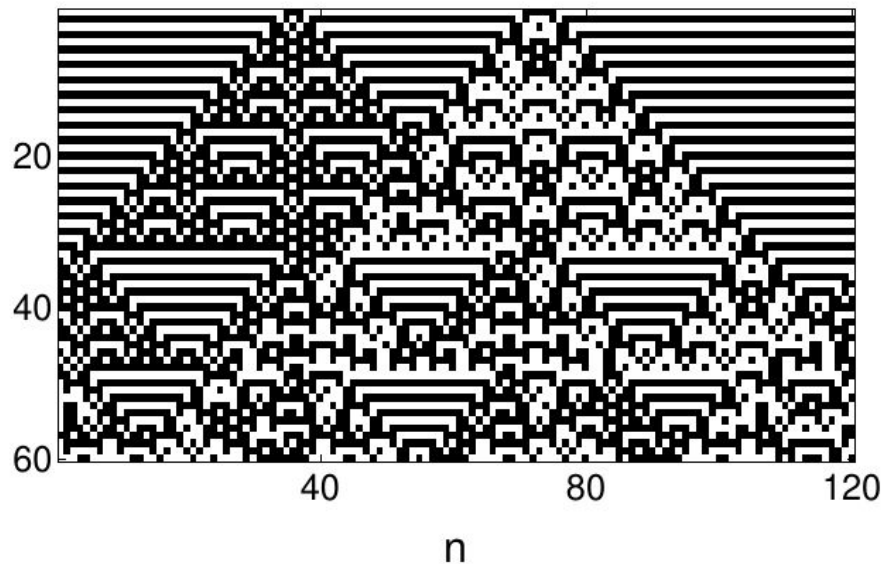
@FROM WOLFRAM MATHWORLD



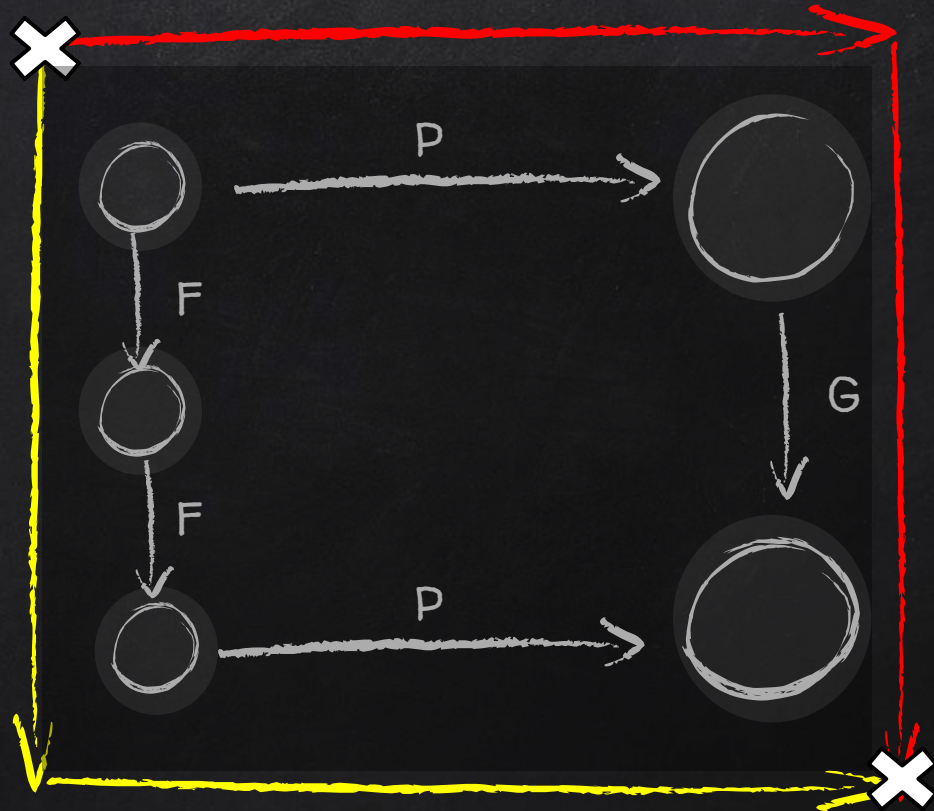
نتایج گلدنفلد ۲.۴

قاعده ۱.۰

قاعده ۱۰.۰



مسیر زرد

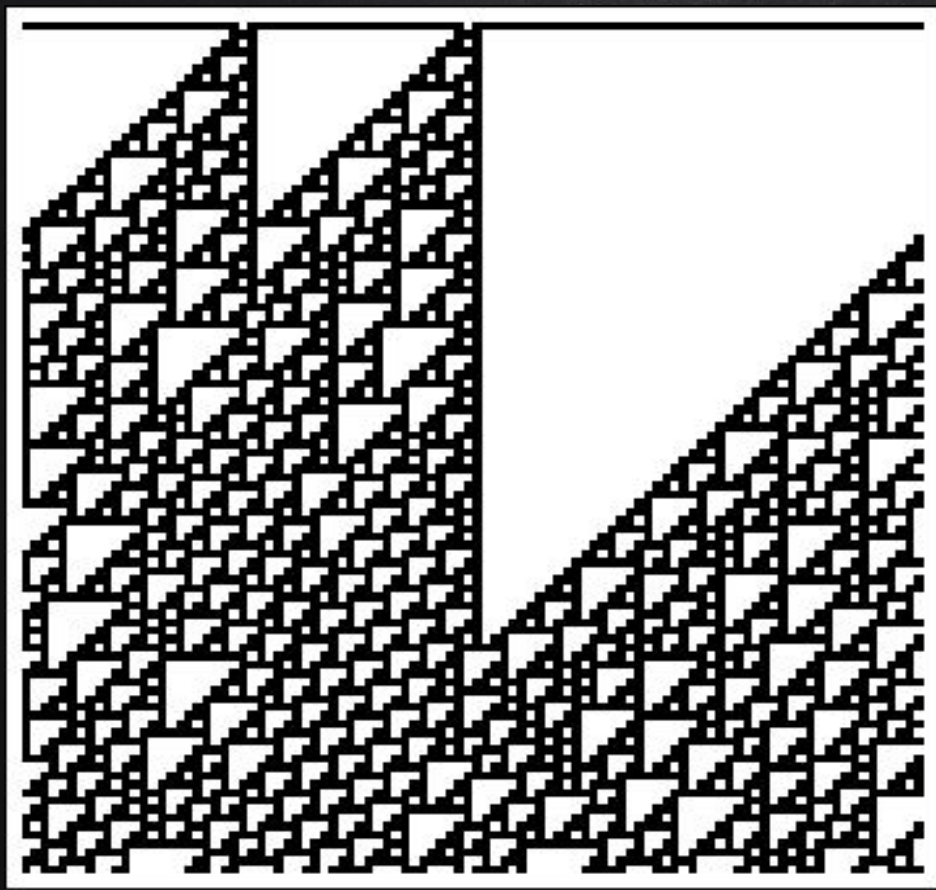


مسیر قرمز

چگونه این نمودار جابه‌جا می‌شود؟

★ با انتخاب مناسب G , P !


$$[تحويل , تصویر] = 0$$



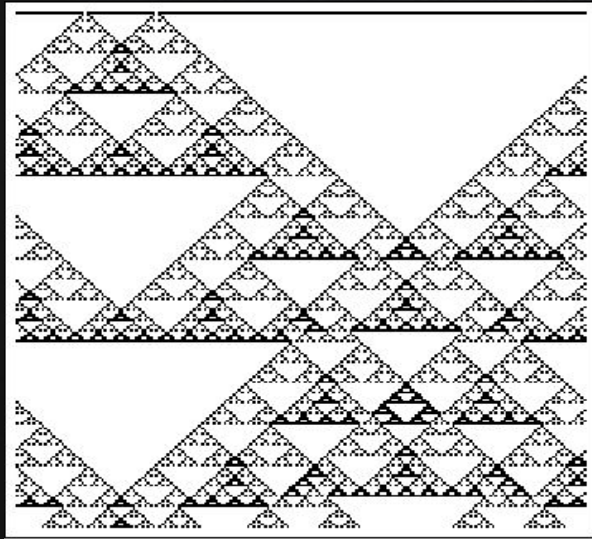
11. 02c6

#TURING_UNIVERSAL

#GARDEN_OF_EDEN_STATES OF SUPERCELL CA

وجود نیروهای بلندبرد و غیرموضعی

قاعده ۹.

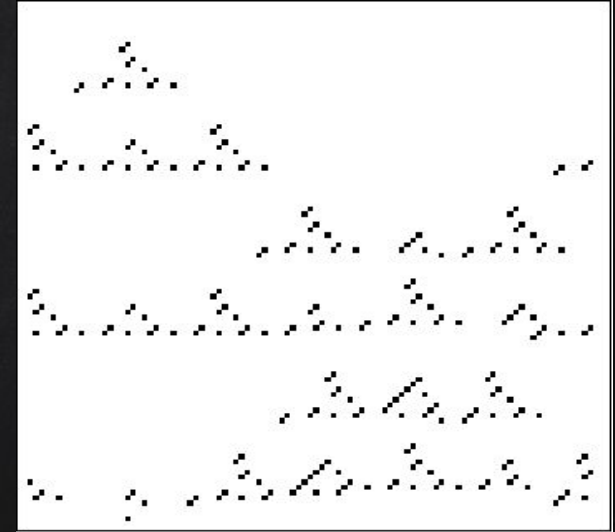


درشت-دانه‌بندی

رای اکثریت

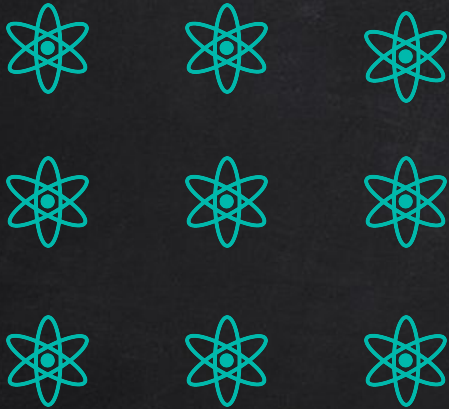


$G = ?$

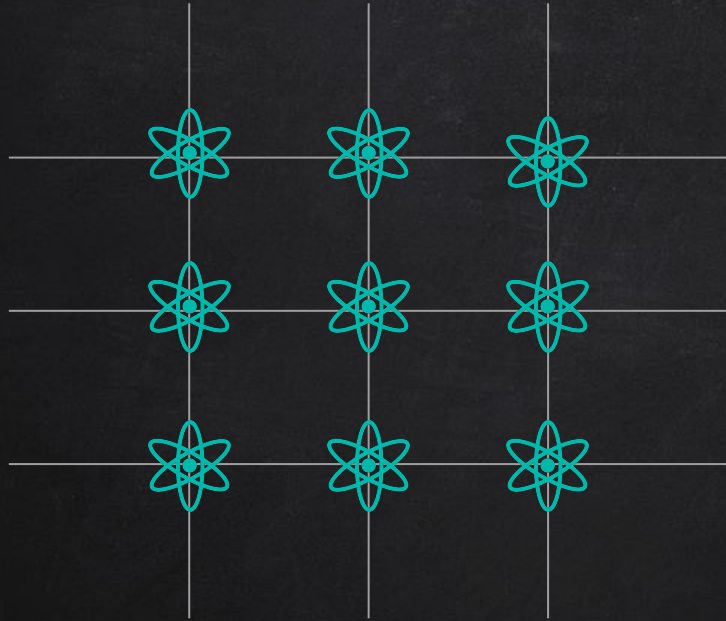


مدل آیزینگ

مدل آیزینگ

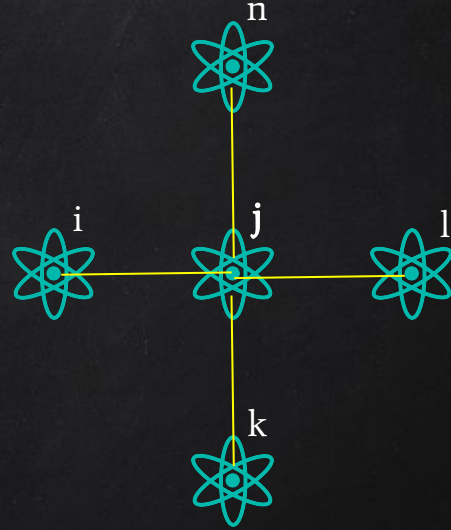
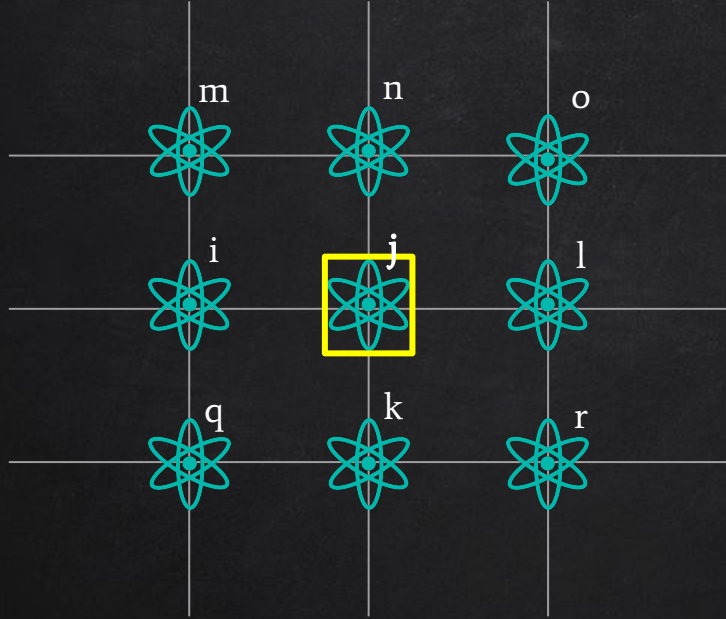


مدل آیزینگ

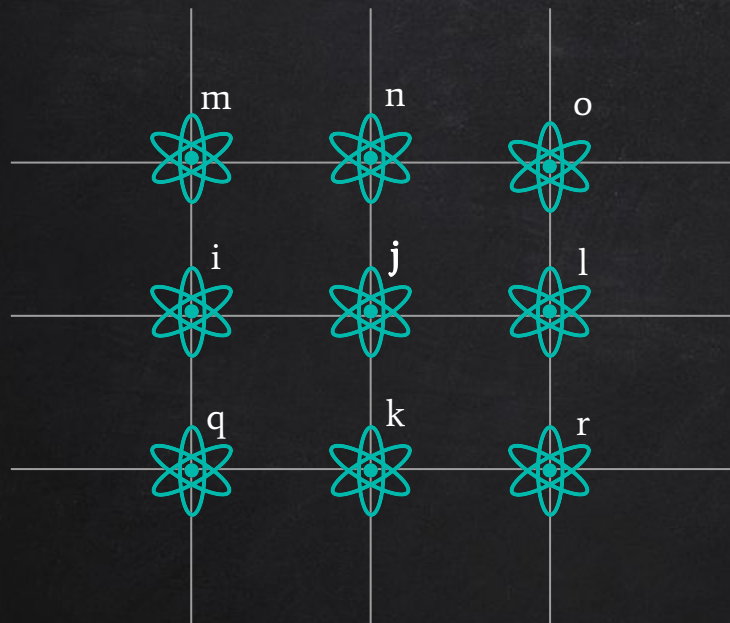


شبکه J

مدل آیزینگ



مدل آیزینگ

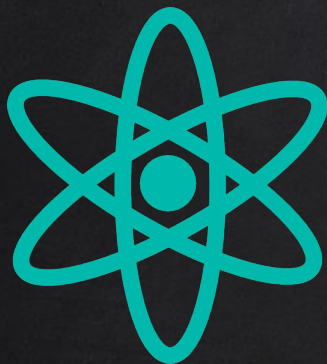


شبكة J

$$J_{ij} = 1$$

$$J_{mj} = 0$$

مدل آیزینگ

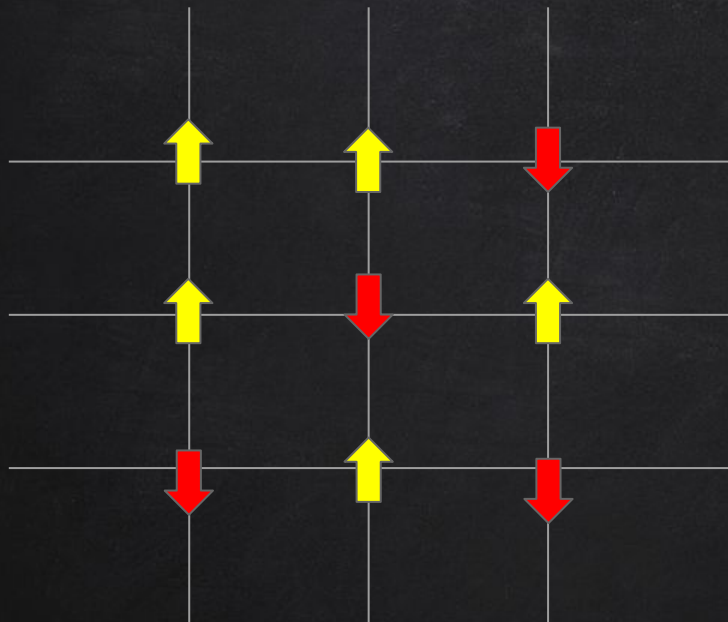


i

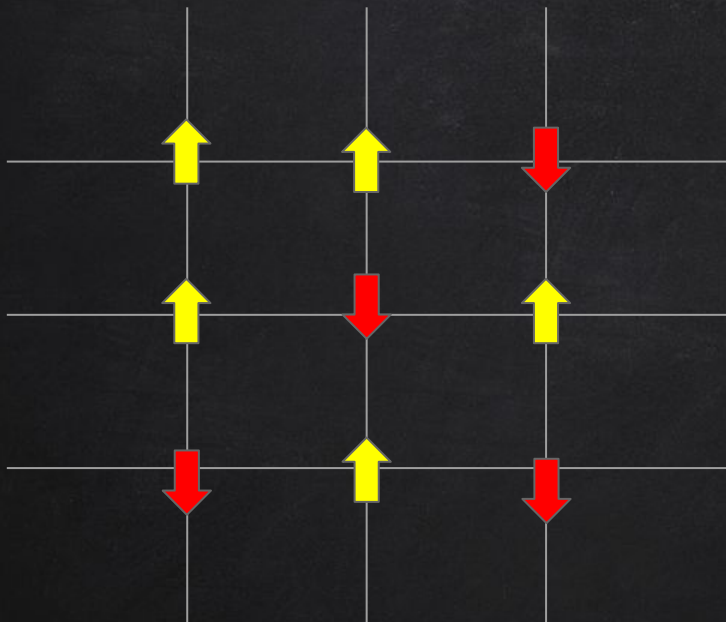
$\sigma_i: +1, -1$



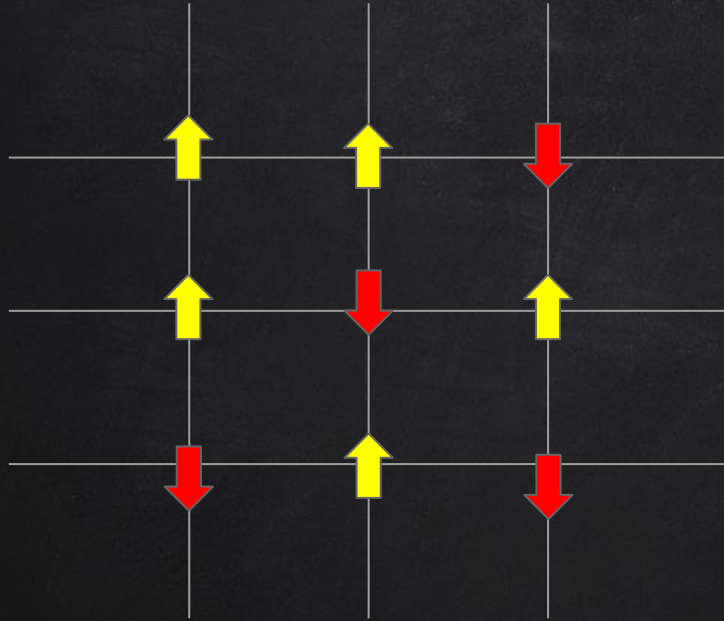
مدل آیزینگ



مدل آیزینگ

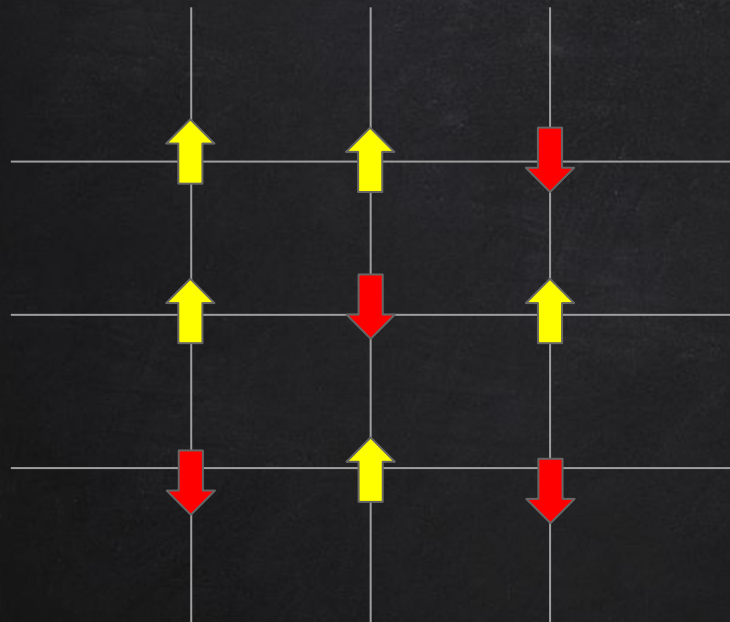


مدل آیزینگ



$$\{\sigma_x\}$$

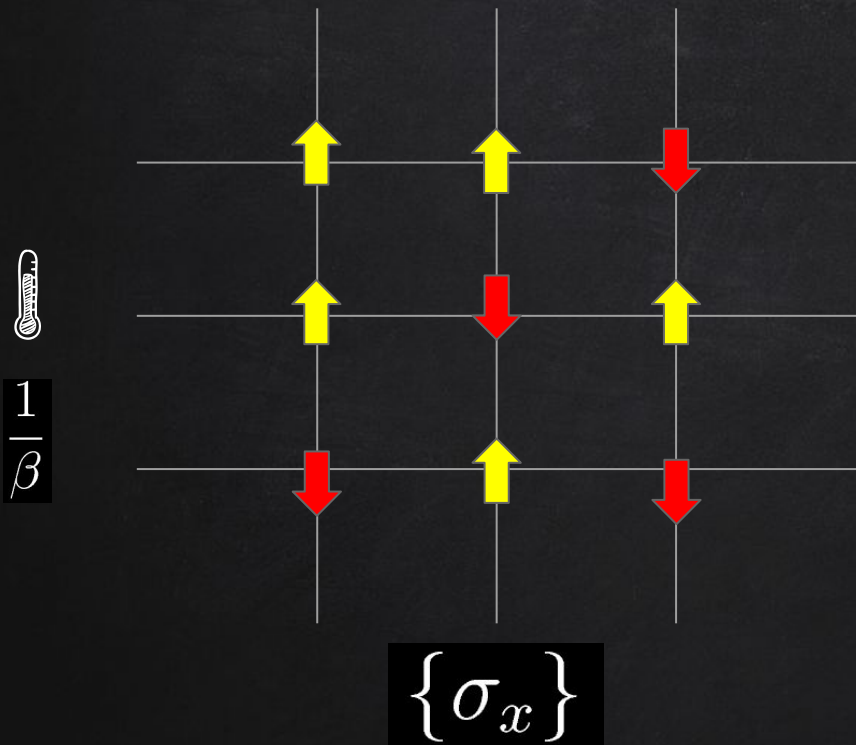
مدل آیزینگ



$\{\sigma_x\}$

$$P(\{\sigma_x\}) = \frac{e^{\beta \sum_{i>j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j}}{Z(\beta)}$$

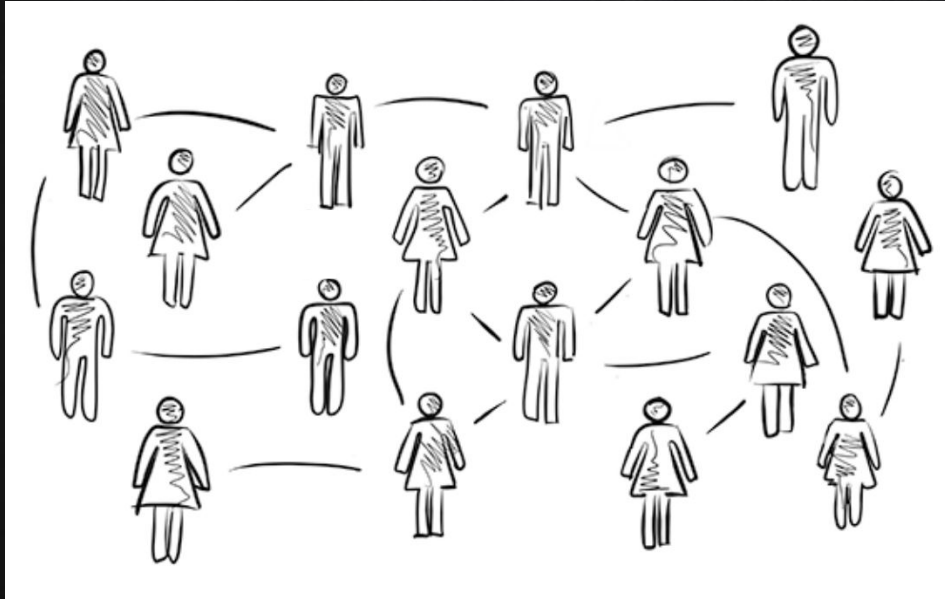
مدل آیزینگ



$$P(\{\sigma_x\}) = \frac{e^{\beta \sum_{i>j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j}}{Z(\beta)}$$

بهنجارش (تابع پارش) ↙

مدل آیزینگ



FROM CLASSICAL TO MODERN
OPINION DYNAMICS (2019)

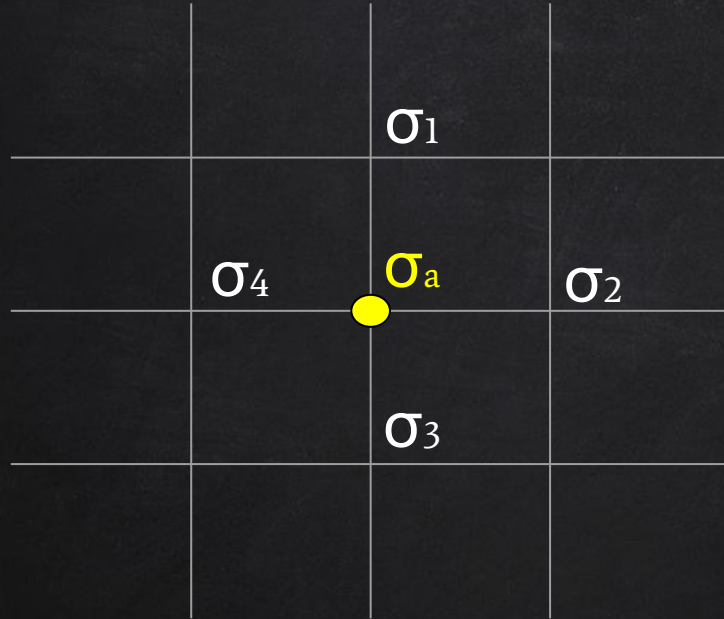
HOSSEIN NOORAZAR, KEVIN R. VIXIE,
ARGHAVAN TALEBANPOUR, YUNFENG HU

درشت-دانه بندی شبکه اسپینی

REAL SPACE RENORMALIZATION GROUP
(RSRG)

بازبهنجارش مدل آیزینگ

DECIMATION



$$P(\{\sigma_x\}) = \frac{e^{\beta \sum_{i>j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j}}{Z(\beta)}$$

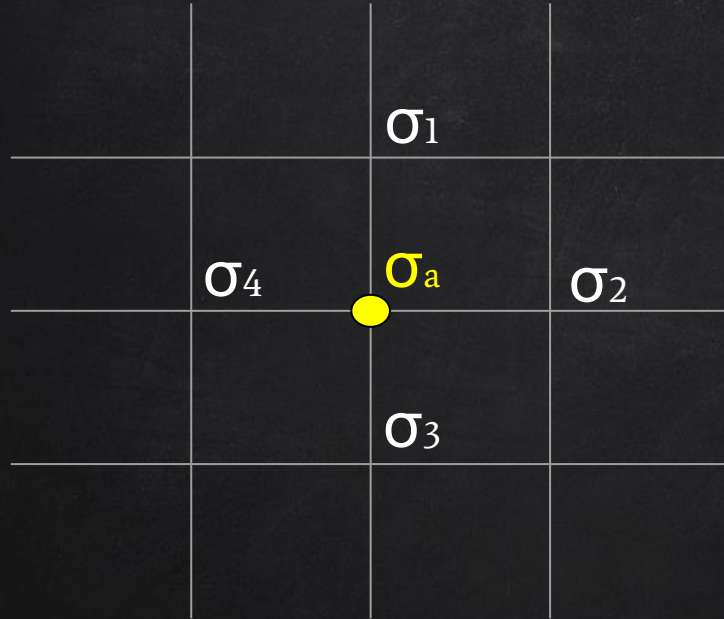
بازبهنجارش مدل آیزینگ

$$P(\{\sigma_x\}) = \frac{e^{\beta \sum_{i>j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j}}{Z(\beta)}$$

$$P(\{\sigma_x\}) = \frac{B}{Z} e^{\beta(\sigma_a \sigma_1 + \sigma_a \sigma_2 + \sigma_a \sigma_3 + \sigma_a \sigma_4)}$$

$$B = e^{\sum_{i,j \neq a} \beta J_{ij} \sigma_i \sigma_j}$$

بازبهنجارش مدل آیزینگ



$$\sum_{\sigma_a = \pm 1} P(\{\sigma_i\})$$

#TRACE_OUT

بازبهنجارش مدل آیزینگ

$$\sum_{\sigma_a = \pm 1} P(\{\sigma_i\})$$

$$\sum_{\sigma_a = \pm 1} P(\{\sigma_i\}) = \frac{B}{Z} (e^{\beta(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4)} + e^{-\beta(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4)})$$

بازبهنجارش مدل آیزینگ

$$\sum_{\sigma_a = \pm 1} P(\{\sigma_i\}) = \frac{B}{Z} (e^{\beta(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4)} + e^{-\beta(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4)})$$

$$= \frac{B}{Z} \left(2 \cosh \beta(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4) \right)$$

بازبهنجارش مدل آیزینگ

$$\sum_{\sigma_a = \pm 1} P(\{\sigma_i\}) = \frac{B}{Z} (e^{\beta(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4)} + e^{-\beta(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4)})$$

$$= \frac{B}{Z'} \left(e^{\ln \cosh \beta(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4)} \right)$$

بازبهنجارش مدل آیزینگ

$$P(\{\sigma_i\}) = \frac{e^{\beta \sum_{i>j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j}}{Z(\beta)}$$

درشت-دانه‌بندی

$$\sum_{\sigma_a = \pm 1} P(\{\sigma_i\}) = \frac{B}{Z'} \left(e^{\ln \cosh \beta (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4)} \right)$$

$$\sum_{\sigma_a = \pm 1} P(\{\sigma_i\}) = \frac{B}{Z'} \left(e^{\ln \cosh \beta (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4)} \right)$$

$$\ln \cosh (4\beta)$$



$$\ln \cosh (2\beta)$$



$$\ln \cosh (0) = 0$$



$$\sum_{\sigma_a=\pm 1} P(\{\sigma_i\}) = \frac{B}{Z'} \left(e^{\ln \cosh \beta(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4)} \right)$$

$$= \frac{B}{Z'} \left(e^{S_2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_1\sigma_4 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_2\sigma_4 + \sigma_3\sigma_4) + S_4(\sigma_1\sigma_2\sigma_3\sigma_4)} \right)$$

$$\sum_{\sigma_a = \pm 1} P(\{\sigma_i\}) = \frac{B}{Z'} \left(e^{\ln \cosh \beta (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4)} \right)$$

$$= \frac{B}{Z'} \left(e^{S_2 (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_1 \sigma_4 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_4 + \sigma_3 \sigma_4) + S_4 (\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \sigma_4)} \right)$$

$$S_2 = \frac{1}{8} \ln \cosh 4\beta$$

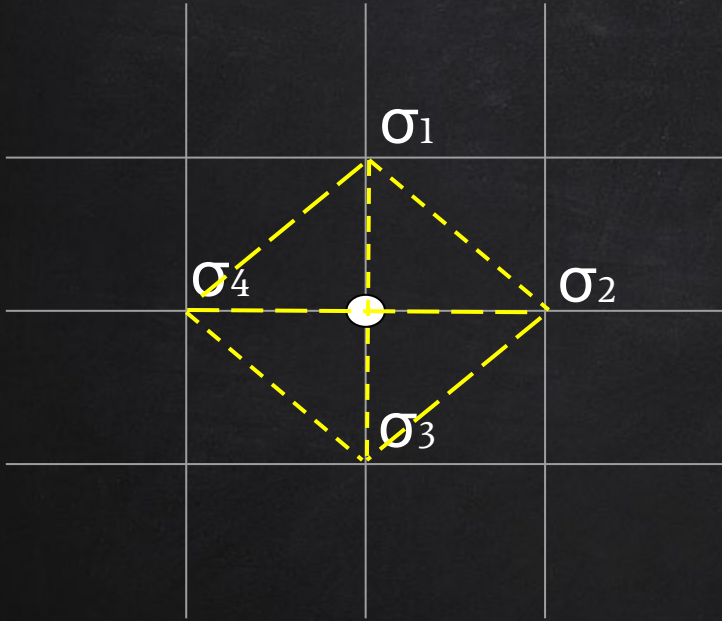
$$S_4 = \frac{1}{8} \ln \cosh 4\beta - \frac{1}{2} \ln \cosh 2\beta$$

$$\sum_{\sigma_a = \pm 1} P(\{\sigma_i\})$$

$$= \frac{B}{Z'} \left(e^{S_2 (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_1\sigma_4 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_2\sigma_4 + \sigma_3\sigma_4)} + S_4 (\sigma_1\sigma_2\sigma_3\sigma_4) \right)$$

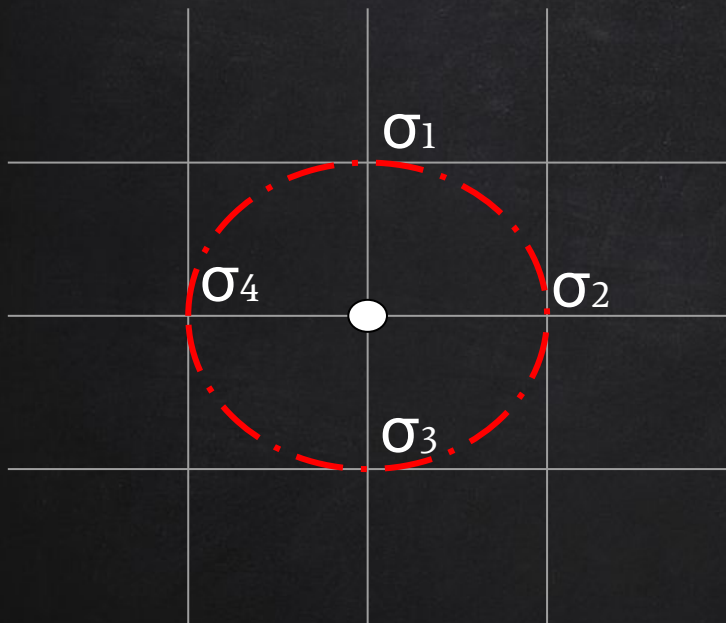
$$S_2 = \frac{1}{8} \ln \cosh 4\beta$$

$$S_4 = \frac{1}{8} \ln \cosh 4\beta - \frac{1}{2} \ln \cosh 2\beta$$



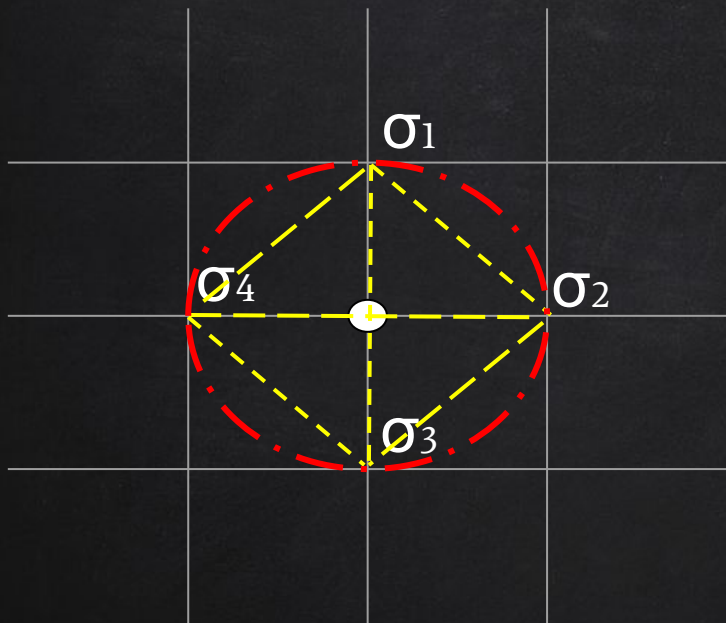
$$S_2 = \frac{1}{8} \ln \cosh 4\beta$$

$$= \frac{B}{Z'} \left(e^{S_2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_1\sigma_4 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_2\sigma_4 + \sigma_3\sigma_4)} + S_4(\sigma_1\sigma_2\sigma_3\sigma_4) \right)$$



$$S_4 = \frac{1}{8} \ln \cosh 4\beta - \frac{1}{2} \ln \cosh 2\beta$$

$$= \frac{B}{Z'} \left(e^{S_2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_1\sigma_4 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_2\sigma_4 + \sigma_3\sigma_4)} + S_4(\sigma_1\sigma_2\sigma_3\sigma_4) \right)$$

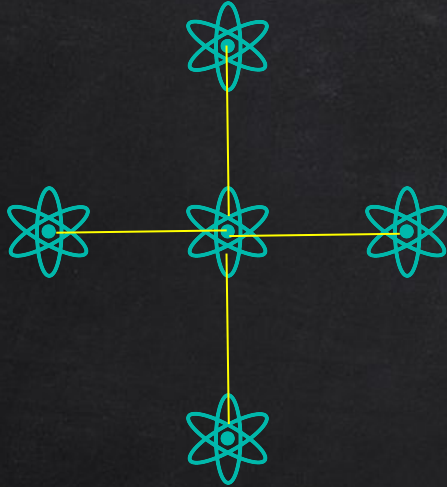


$$S_2 = \frac{1}{8} \ln \cosh 4\beta$$

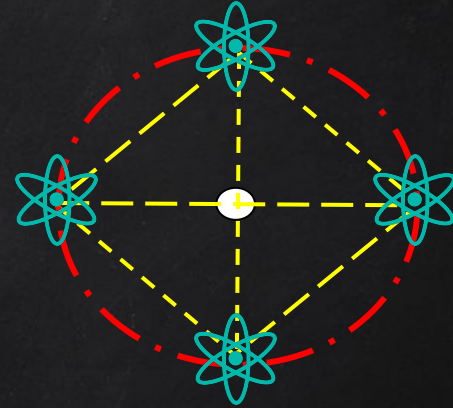
$$S_4 = \frac{1}{8} \ln \cosh 4\beta - \frac{1}{2} \ln \cosh 2\beta$$

$$= \frac{B}{Z'} \left(e^{S_2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_1\sigma_4 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_2\sigma_4 + \sigma_3\sigma_4)} + S_4(\sigma_1\sigma_2\sigma_3\sigma_4) \right)$$

تغییر ساختار شبکه برهمکنشی



شبکه J



شبکه J'

بازبهنجارش مدل آیزینگ

$$P(\{\sigma_x\}) = \frac{e^{\beta \sum_{i>j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j}}{Z(\beta)}$$

بازبهنجارش

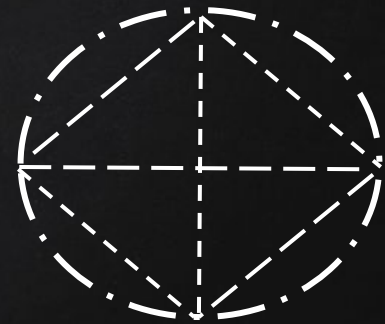
$$P'(\{\sigma_x\}) = \frac{e^{\beta(J'_{ij} \sigma_i \sigma_j + K_{ijkl} \sigma_i \sigma_j \sigma_k \sigma_l)}}{Z'(\beta)}$$

بازبهبود مدل آیزینگ و خروج از کلاس مدل

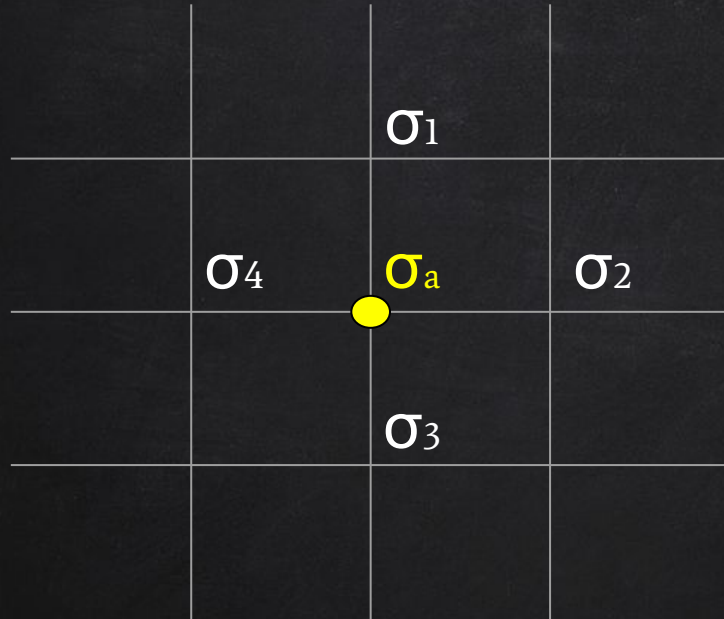
#SYNERGY

#EMERGENCE

$$P'(\{\sigma_x\}) = \frac{e^{\beta(J'_{ij}\sigma_i\sigma_j + K_{ijkl}\sigma_i\sigma_j\sigma_k\sigma_l)}}{Z'(\beta)}$$



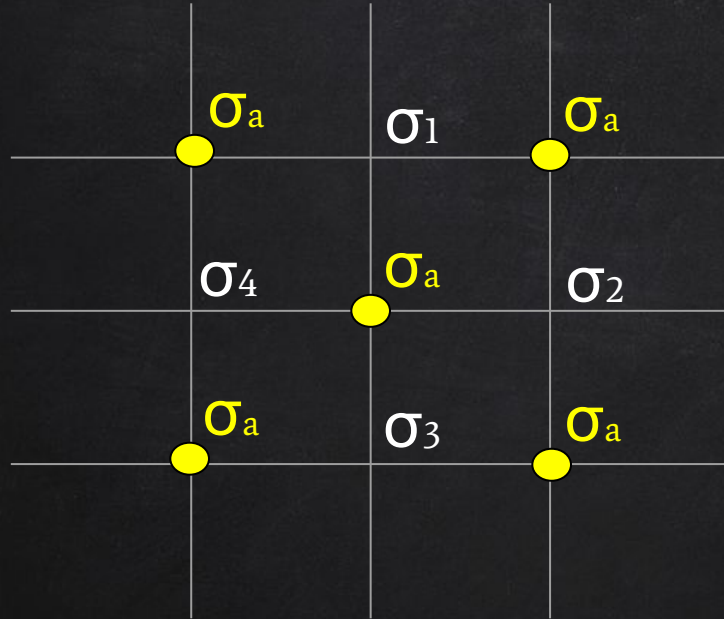
درشت-دانه‌بندی روی یک راس



$$\sum_{\sigma_a = \pm 1} P(\{\sigma_i\})$$

#TRACE_OUT

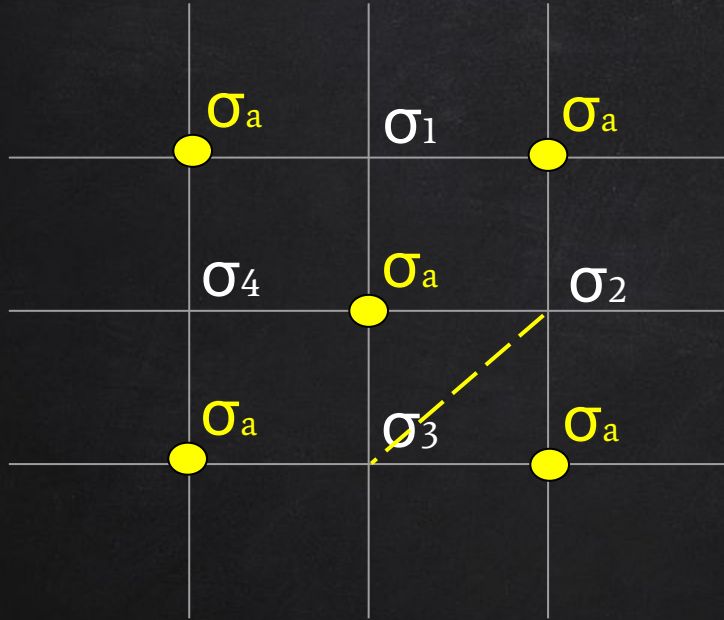
درشت-دانه‌بندی کل شبکه



$$\sum_{\sigma_a = \pm 1} P(\{\sigma_i\})$$

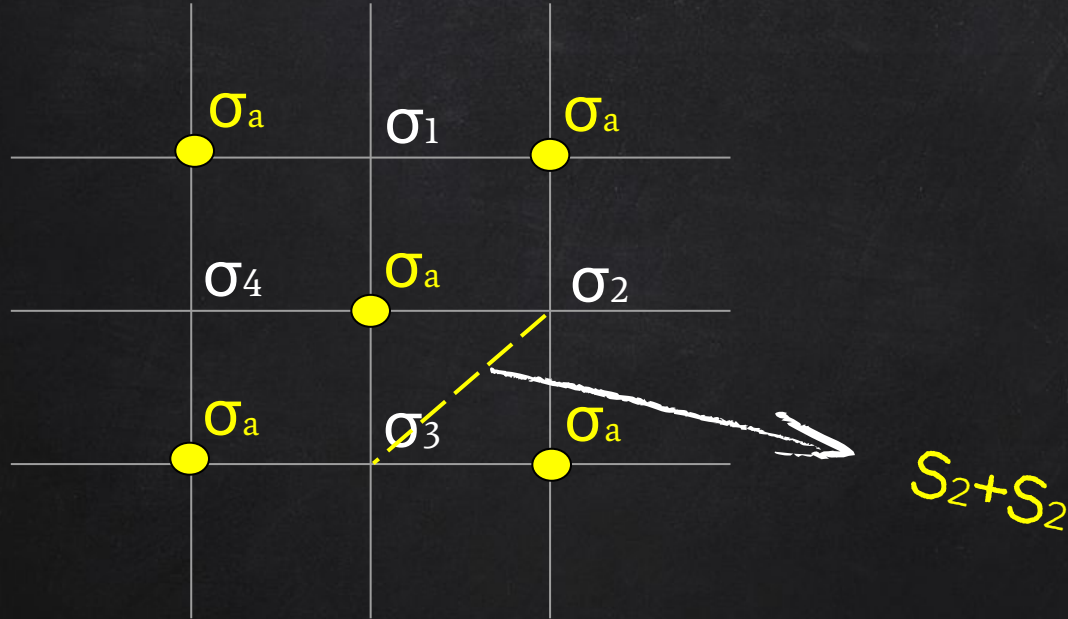
#TRACE_OUT

بازبهنجارش مدل آیزینگ

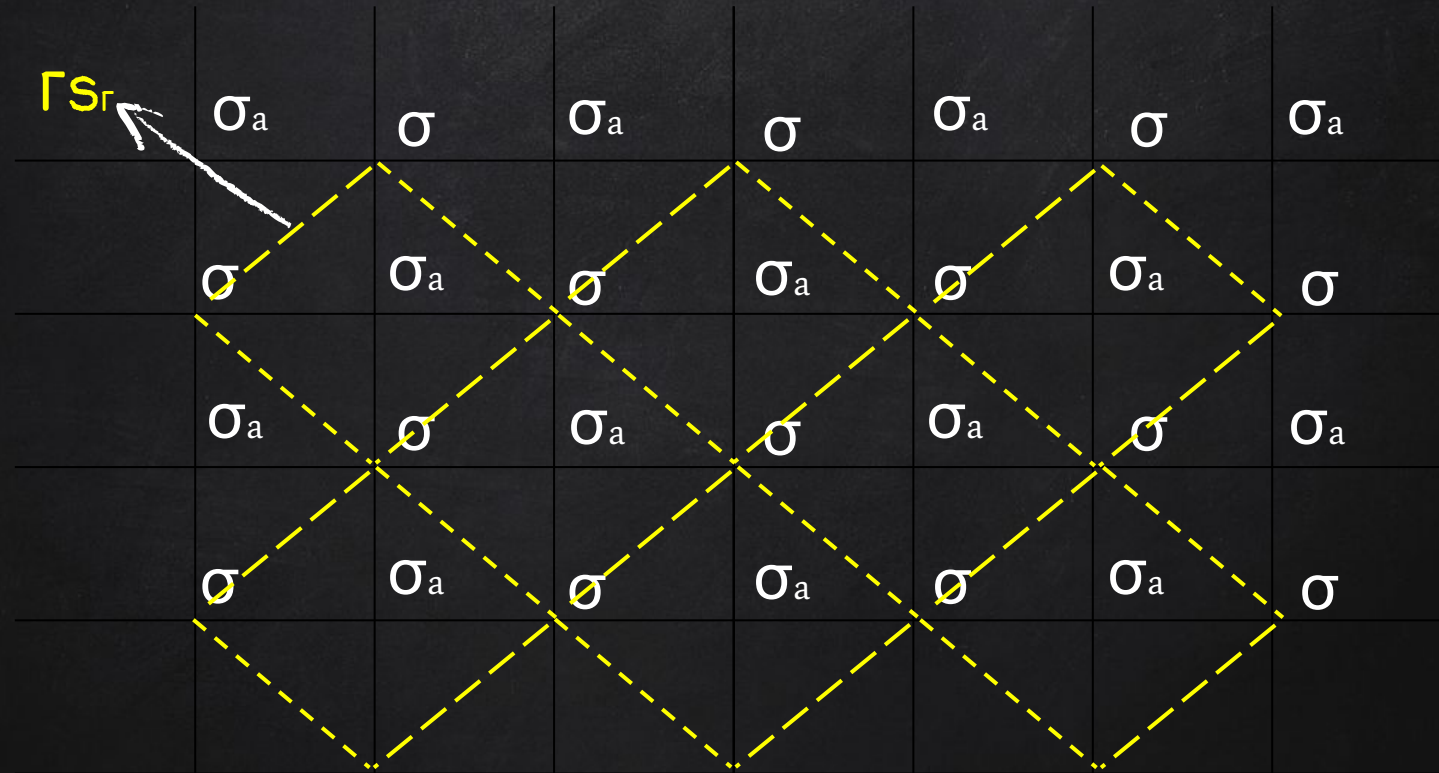


#TRACE_OUT

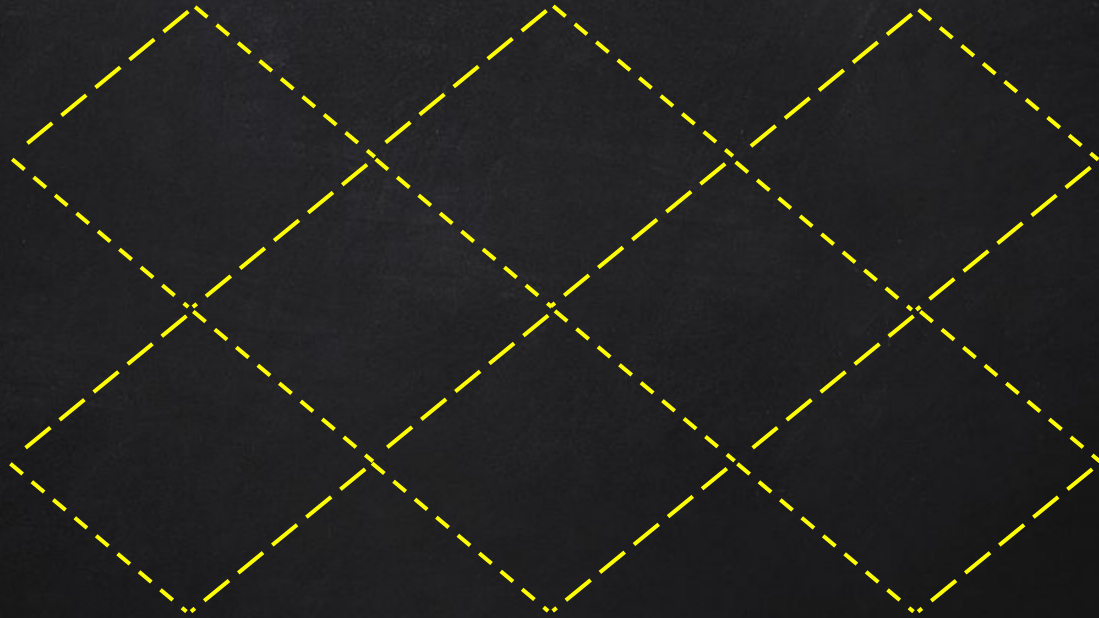
بازبهنجارش مدل آیزینگ



#TRACE_OUT



40°



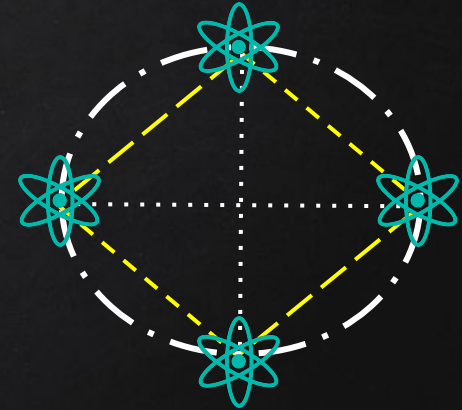
حفظ ساختار مربعی

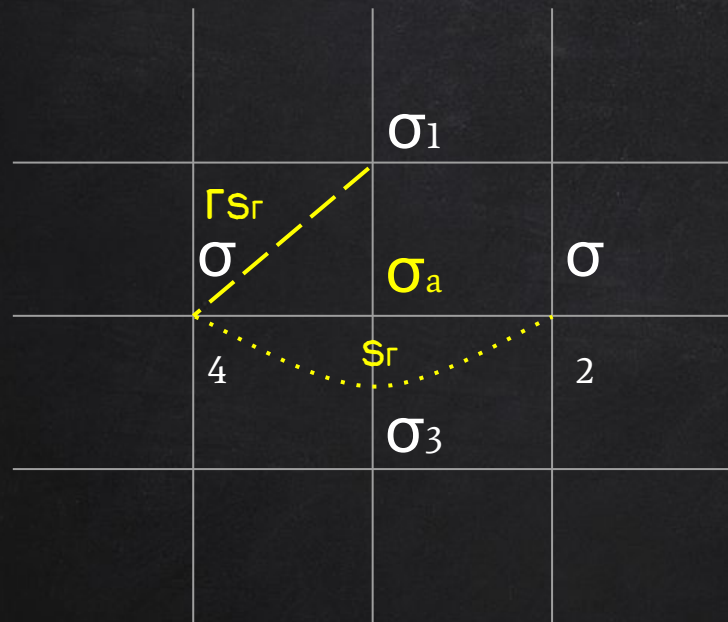
نخستین همسایه نزدیک



حفظ ساختار مربعی

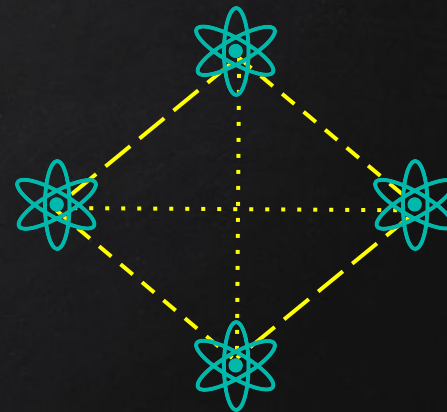
نخستین همسایه نزدیک





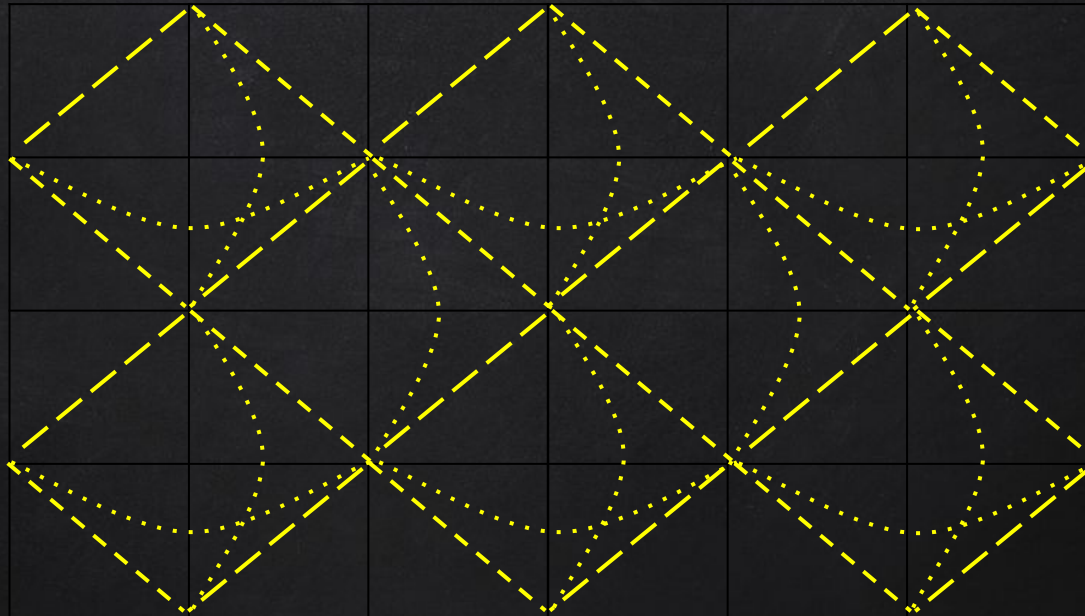
نخستین همسایه نزدیک

دومین همسایه نزدیک

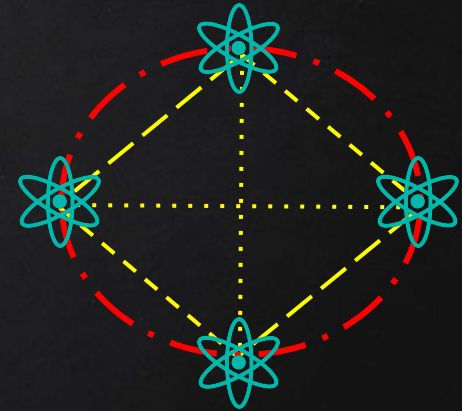
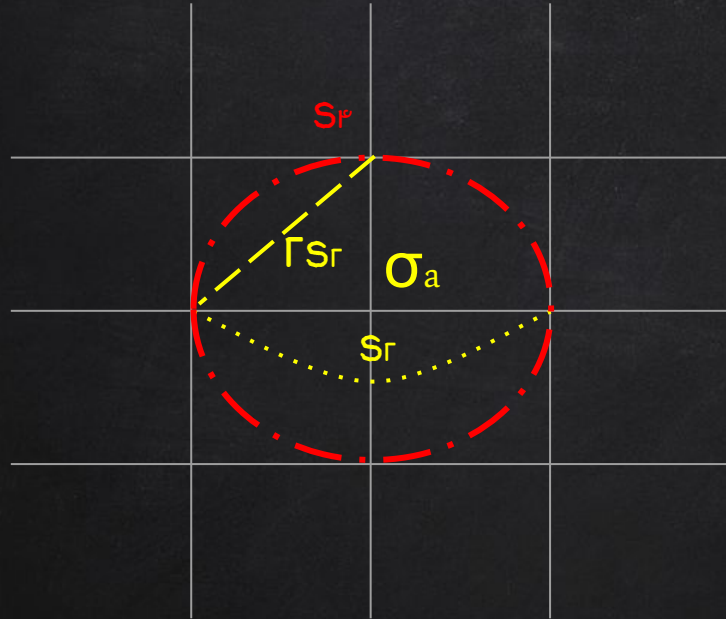


نخستین همسایه نزدیک

دومین همسایه نزدیک



تخریب ساختار مربعی

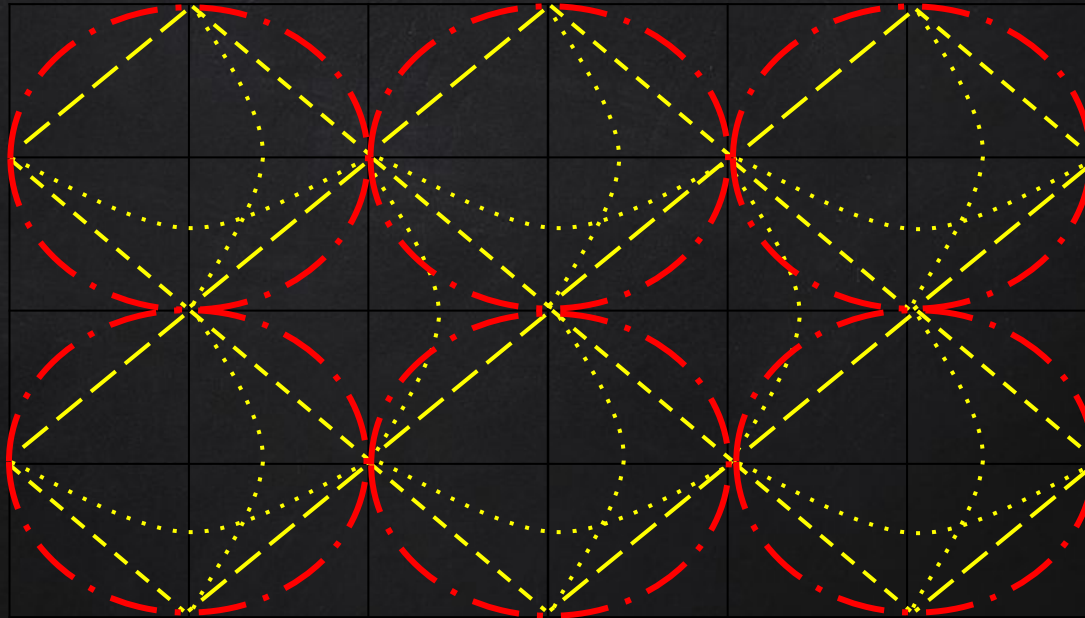


نخستین همسایه نزدیک Γ_{Sr}

دومین همسایه نزدیک Sr

جمله پدیدار شده Sr^4

ابر گراف

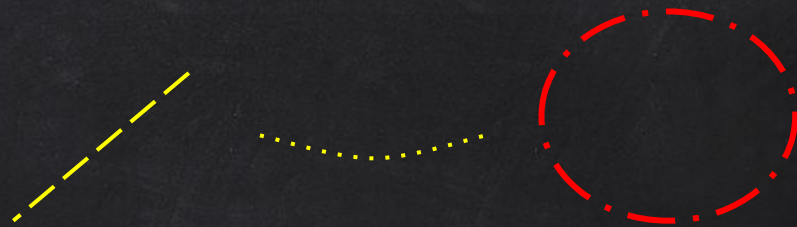


$$2S_2 = \frac{1}{4} \ln \cosh 4\beta$$

$$S_2 = \frac{1}{8} \ln \cosh 4\beta$$

$$S_4 = \frac{1}{8} \ln \cosh 4\beta - \frac{1}{2} \ln \cosh 2\beta$$





$$2S_2 > S_2 > S_4$$



$$2S_2 = \frac{1}{4} \ln \cosh 4\beta$$



$$S_2 = \frac{1}{8} \ln \cosh 4\beta$$



$$S_4 = \frac{1}{8} \ln \cosh 4\beta - \frac{1}{2} \ln \cosh 2\beta$$



حفظ ساختار مربعی

نخستین همسایه نزدیک

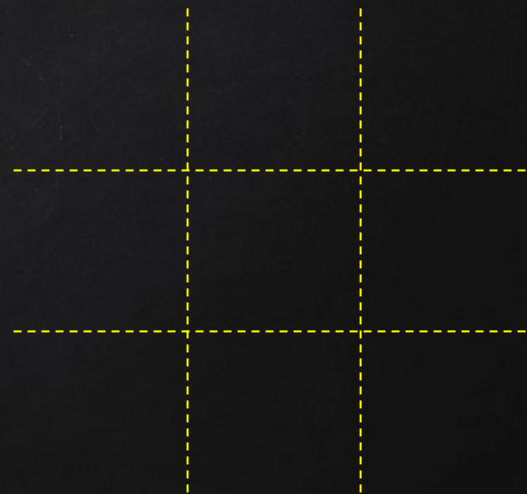
β

«تبدیل گروه بازبهنجارش تقریبی»

$$\frac{1}{4} \ln \cosh 4\beta$$



J IS #ISOMORPHIC TO J'



حفظ ساختار مربعی

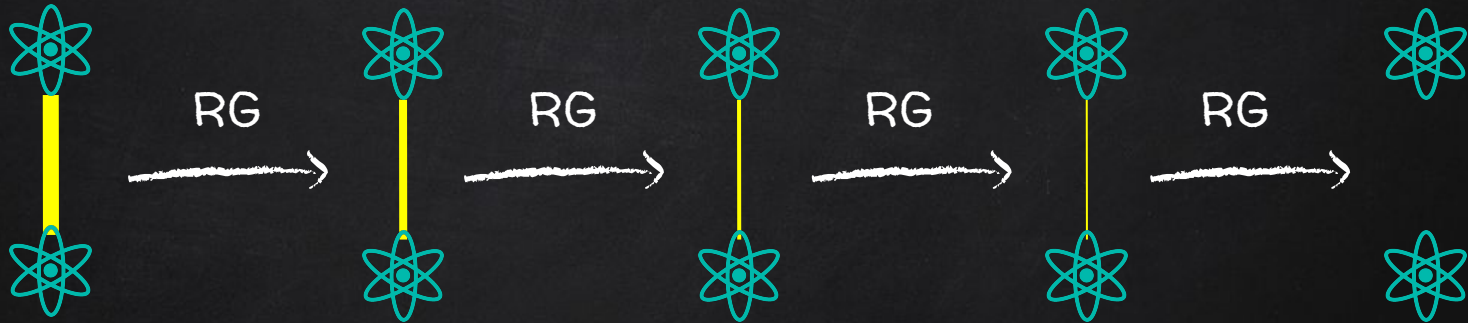
نخستین همسایه نزدیک

$$\beta \longrightarrow \frac{1}{4} \ln \cosh 4\beta \longrightarrow \frac{1}{4} \ln \cosh 4\left(\frac{1}{4} \ln \cosh 4\beta\right)$$

$$P(\{\sigma_x\}) = \frac{e^{\beta \sum_{i>j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j}}{Z(\beta)}$$

حفظ ساختار مربعی

نخستین همسایه نزدیک



تبدیل بد 

$$\beta \longrightarrow \frac{1}{4} \ln \cosh 4\beta$$

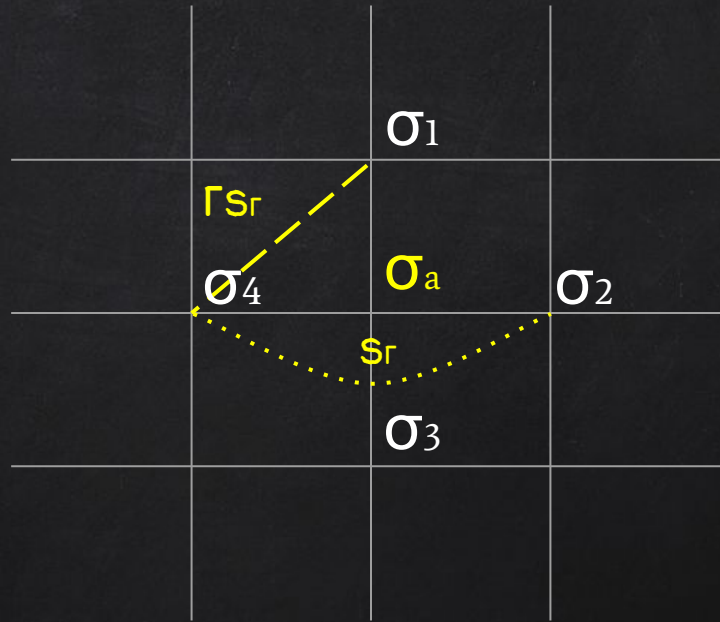
تبدیل بهتر



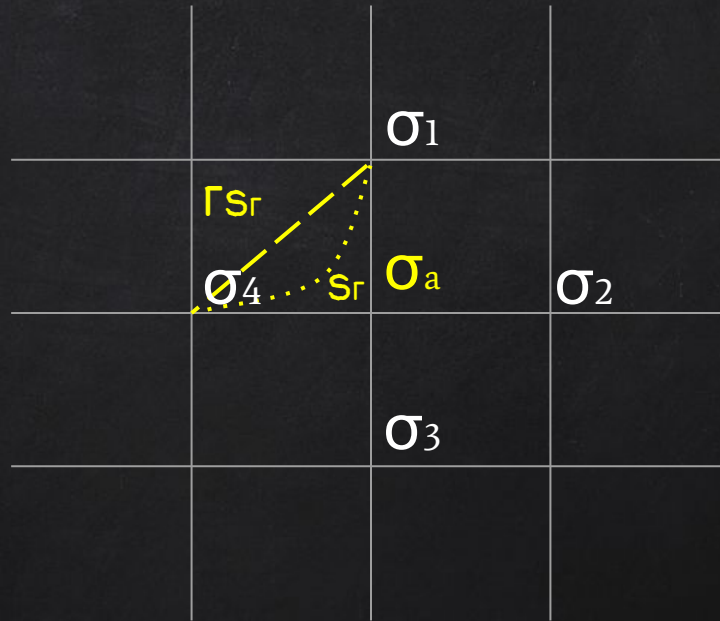
$$S_4 = \frac{1}{8} \ln \cosh 4\beta - \frac{1}{2} \ln \cosh 2\beta$$



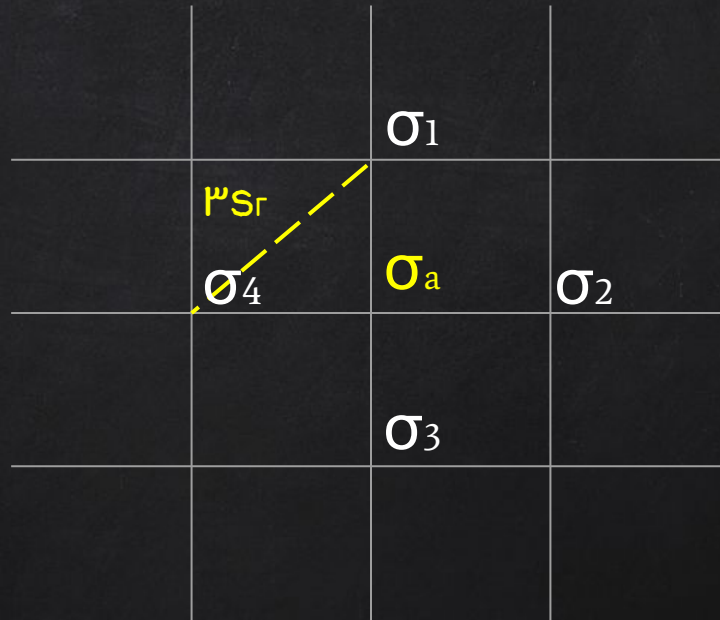
تبدیل بهتر



تبدیل بهتر



تبدیل بهتر



تبدیل بهتر

$$\beta \longrightarrow \frac{1}{4} \ln \cosh 4\beta$$



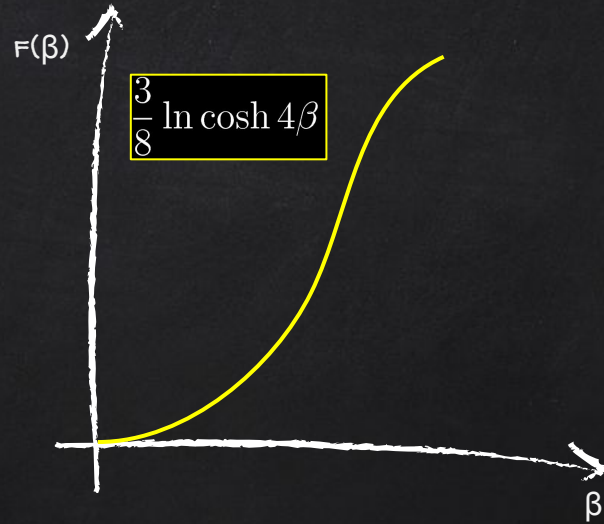
$$\beta \longrightarrow \frac{3}{8} \ln \cosh 4\beta$$



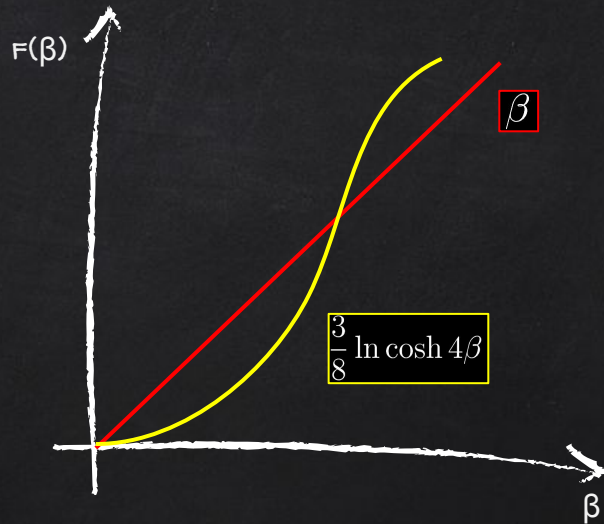
یافتن نقاط ثابت



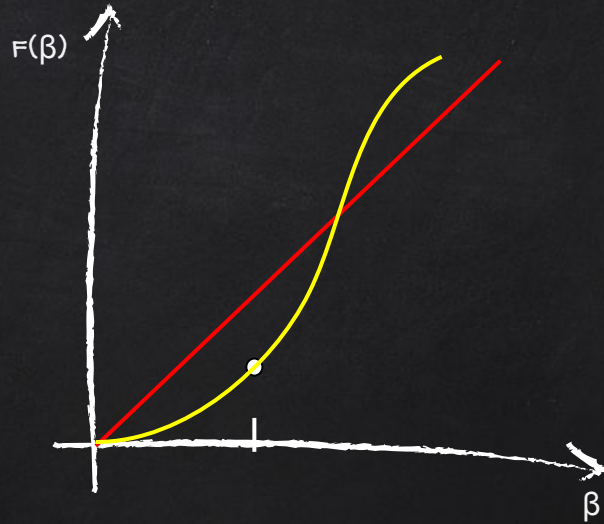
$$\beta \longrightarrow \frac{3}{8} \ln \cosh 4\beta$$



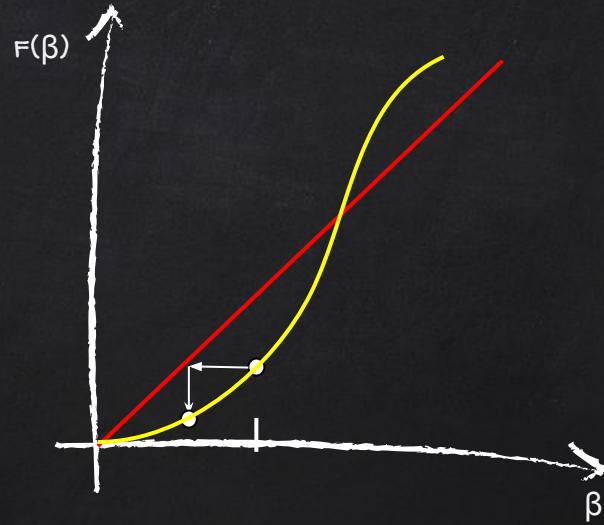
$$\beta \longrightarrow \frac{3}{8} \ln \cosh 4\beta$$



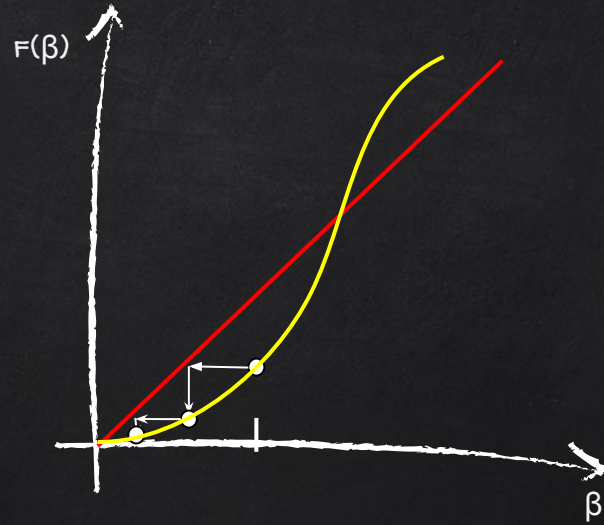
$$\beta \longrightarrow \frac{3}{8} \ln \cosh 4\beta$$



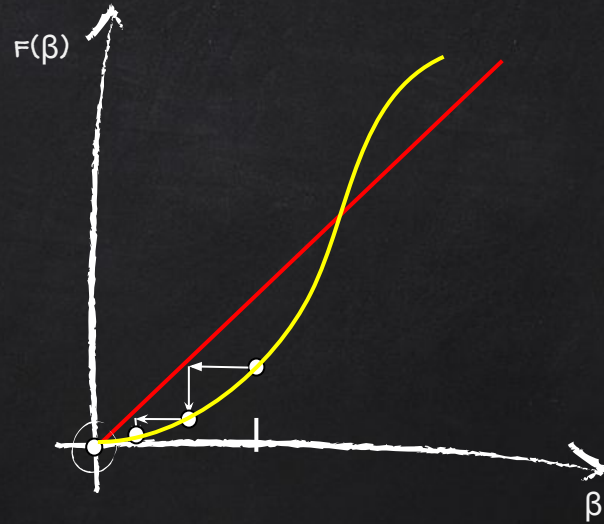
$$\beta \longrightarrow \frac{3}{8} \ln \cosh 4\beta$$



$$\beta \longrightarrow \frac{3}{8} \ln \cosh 4\beta$$



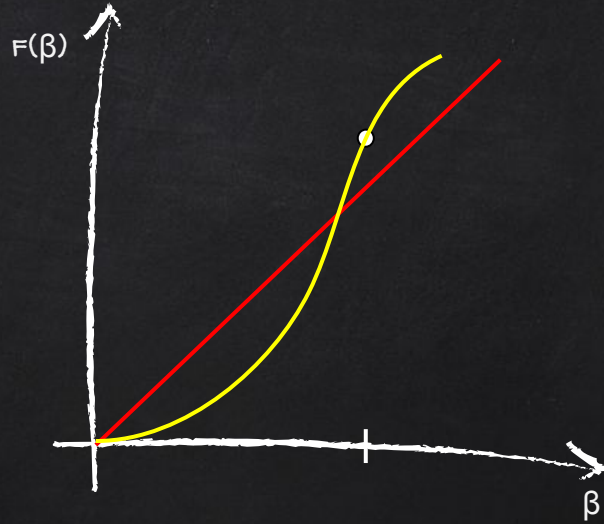
$$\beta \longrightarrow \frac{3}{8} \ln \cosh 4\beta$$



$$\beta \longrightarrow \frac{3}{8} \ln \cosh 4\beta$$

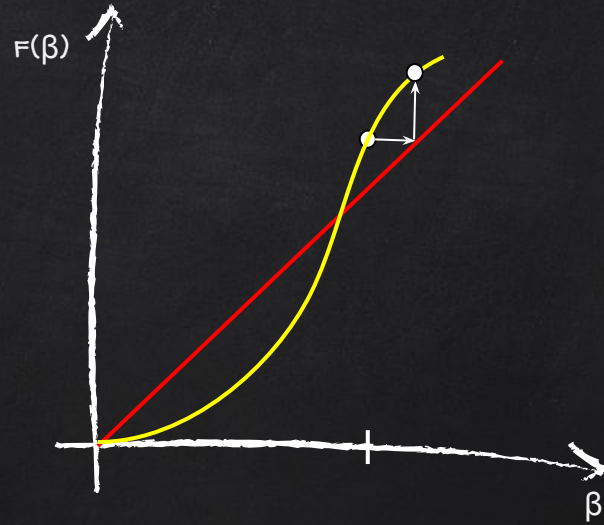


$$\frac{1}{\beta}$$

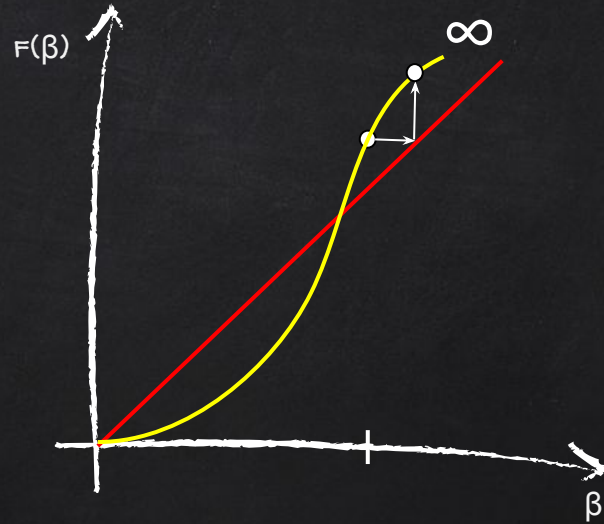


دمای کم

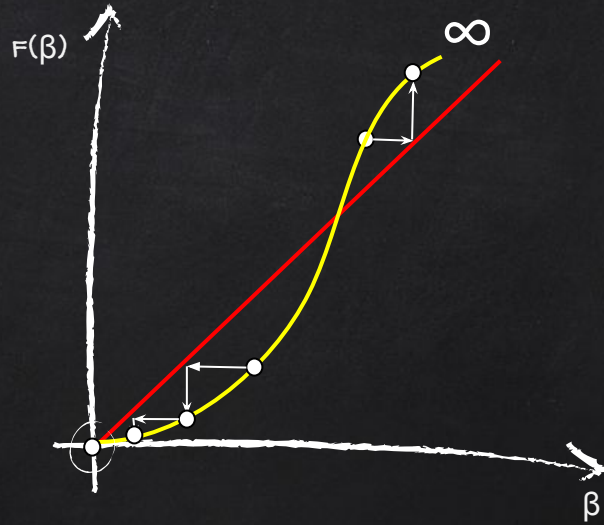
$$\beta \longrightarrow \frac{3}{8} \ln \cosh 4\beta$$



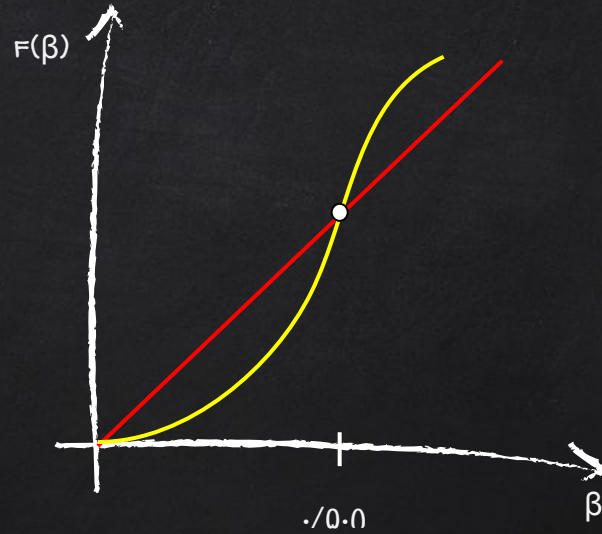
$$\beta \longrightarrow \frac{3}{8} \ln \cosh 4\beta$$



$$\beta \longrightarrow \frac{3}{8} \ln \cosh 4\beta$$

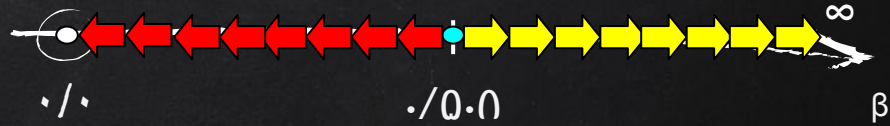
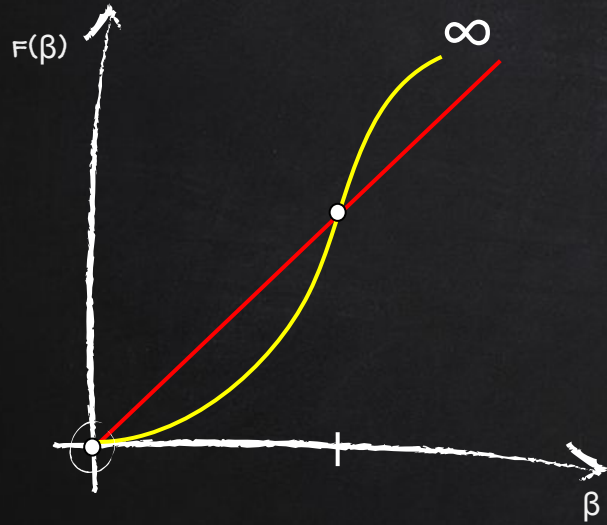


$$\beta \longrightarrow \frac{3}{8} \ln \cosh 4\beta$$



خود متشابه

$$\beta \longrightarrow \frac{3}{8} \ln \cosh 4\beta$$

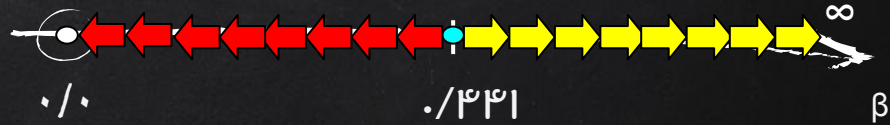
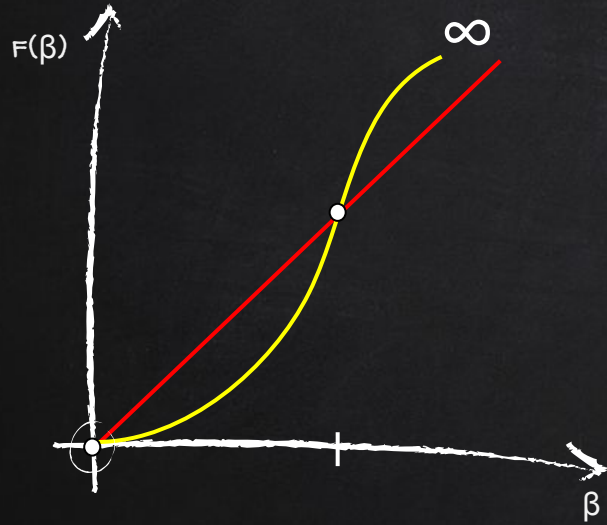


$$S_4 = \frac{1}{8} \ln \cosh 4\beta - \frac{1}{2} \ln \cosh 2\beta$$

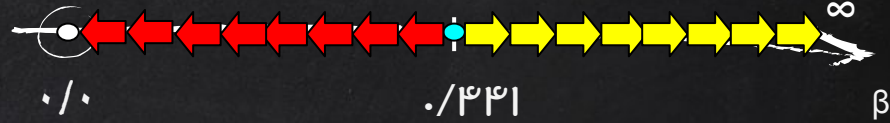
$$\beta = 0.508, S_4 = 0.05$$



$$\beta \longrightarrow \frac{3}{8} \ln \cosh 4\beta$$



حل دقیق آیزینگ ابعدي



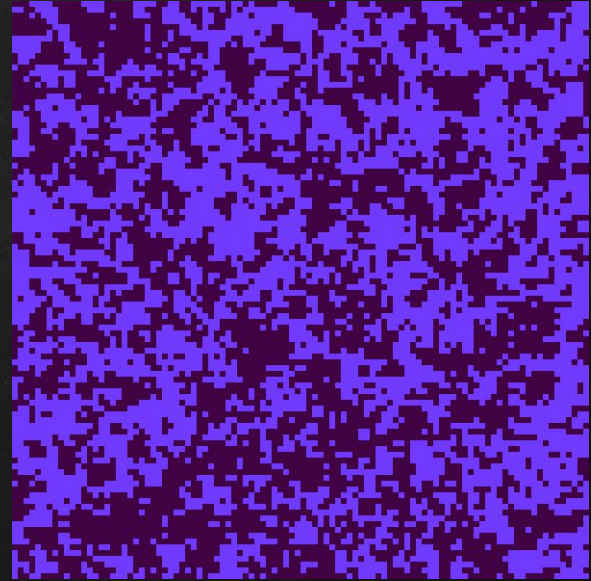
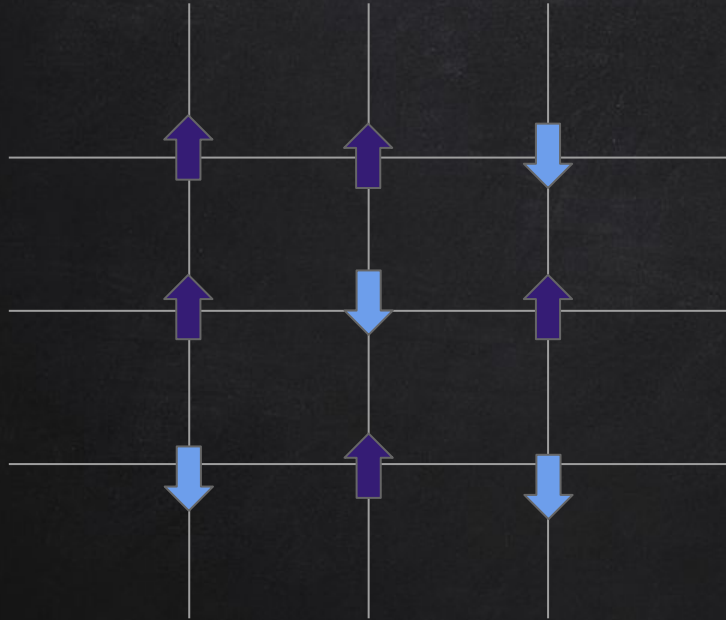
CRYSTAL STATISTICS. I. A TWO-DIMENSIONAL MODEL WITH AN ORDER-DISORDER TRANSITION

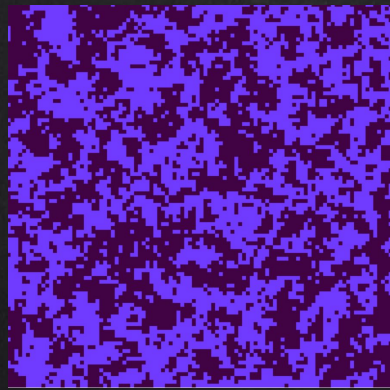
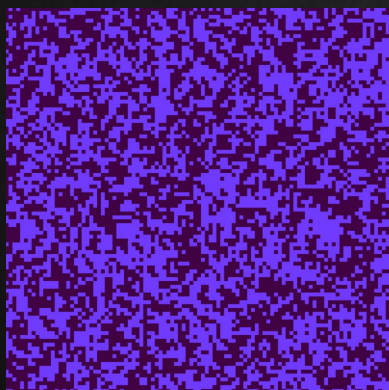
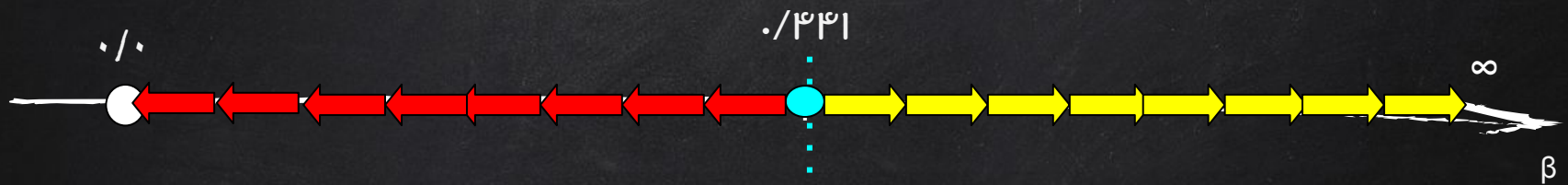
LARS ONSAGER

PHYS. REV. 65, 117 – PUBLISHED 1 FEBRUARY 1944



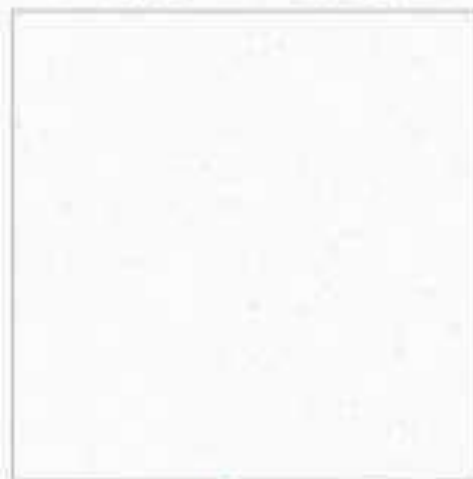
#به_ياد_آنان_كه_راه_را_هموار_ساختند





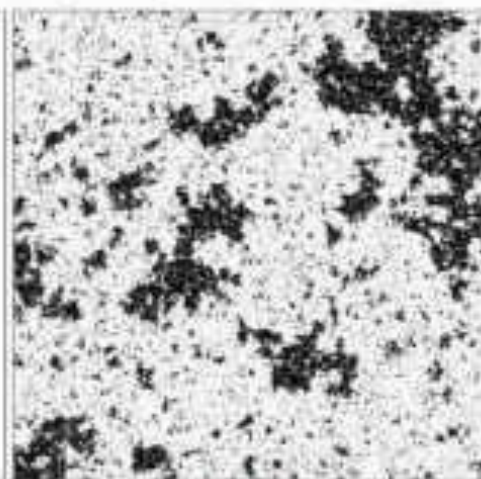
$$T = 0.997 T_c$$

$$b = 170 \quad L = 131072$$



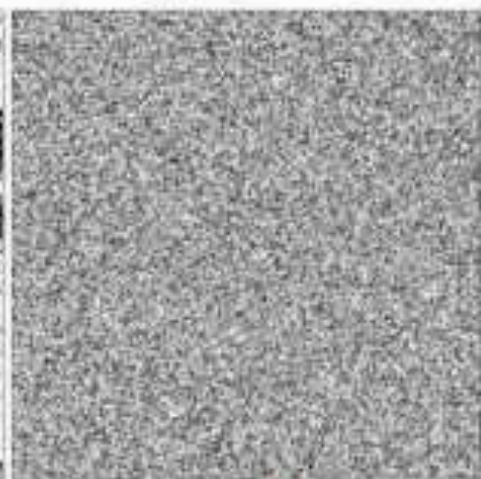
$$T = T_c$$


$$b = 1 \quad L = 1011$$



$$T = 1.003 T_c$$

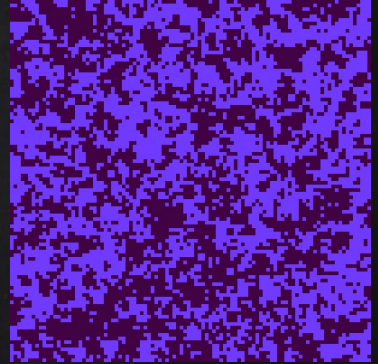
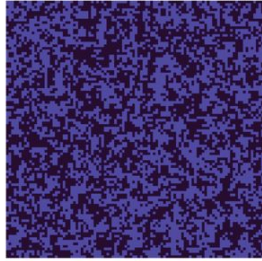
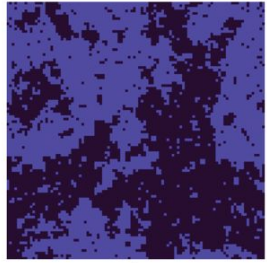
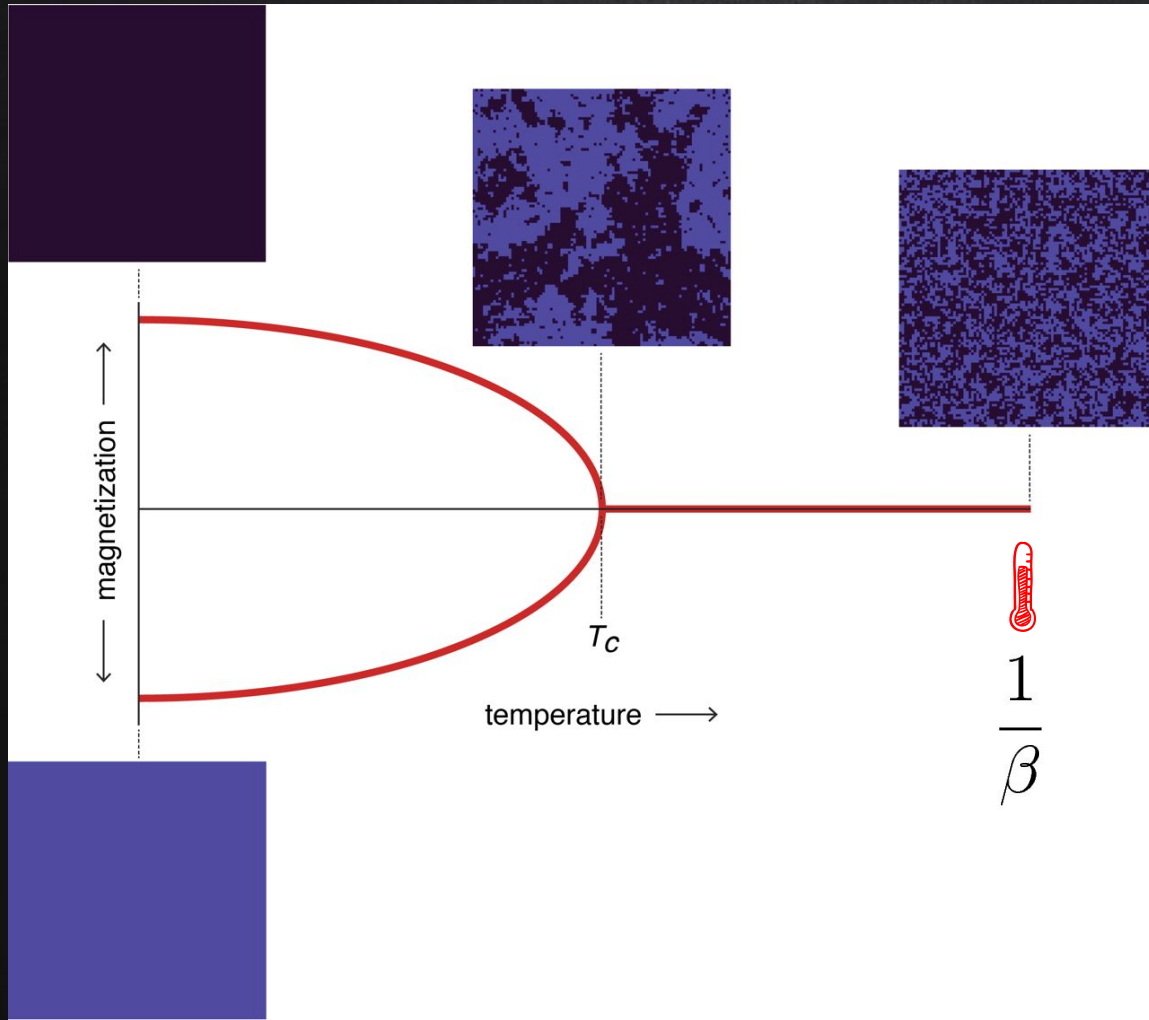
$$b = 170 \quad L = 131072$$

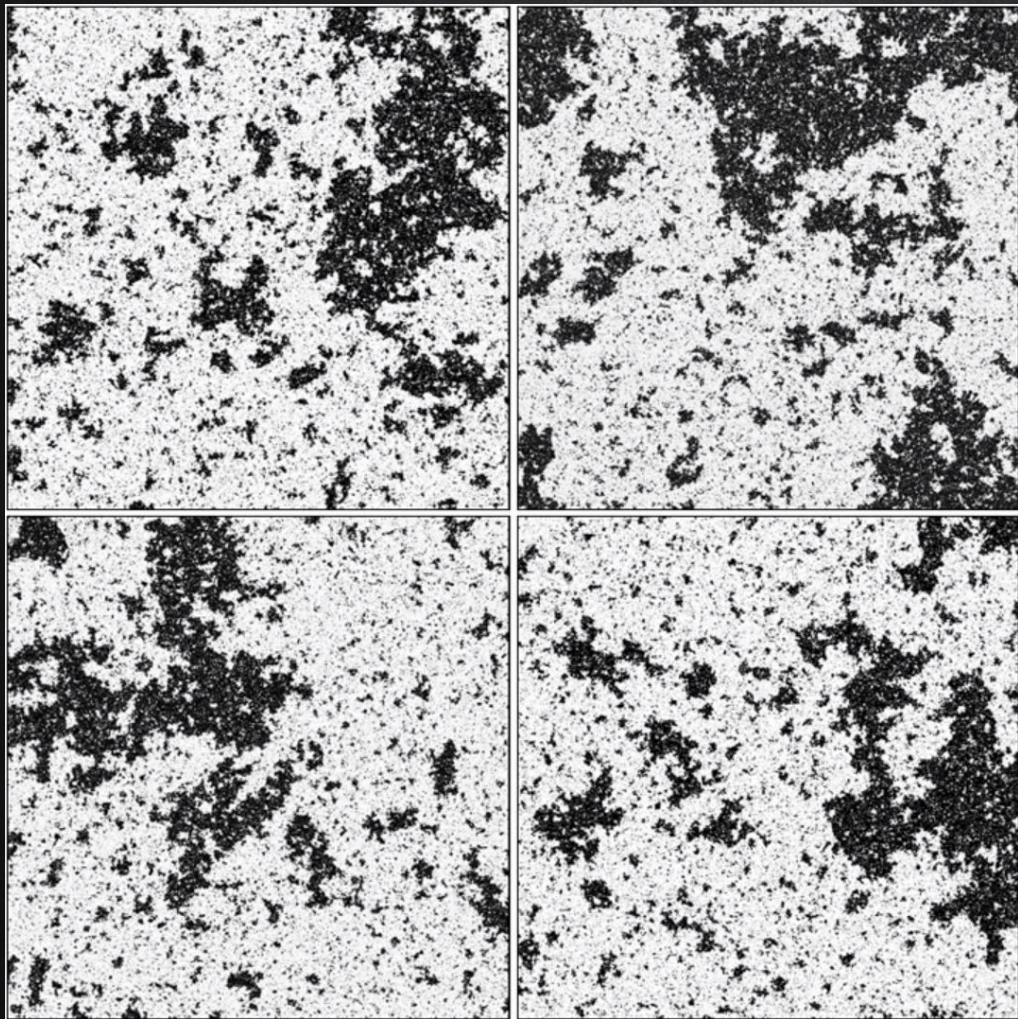



$$T_{RG}(b) = 0$$

$$T_{RG}(b) = T_c$$

$$T_{RG}(b) \rightarrow \infty$$

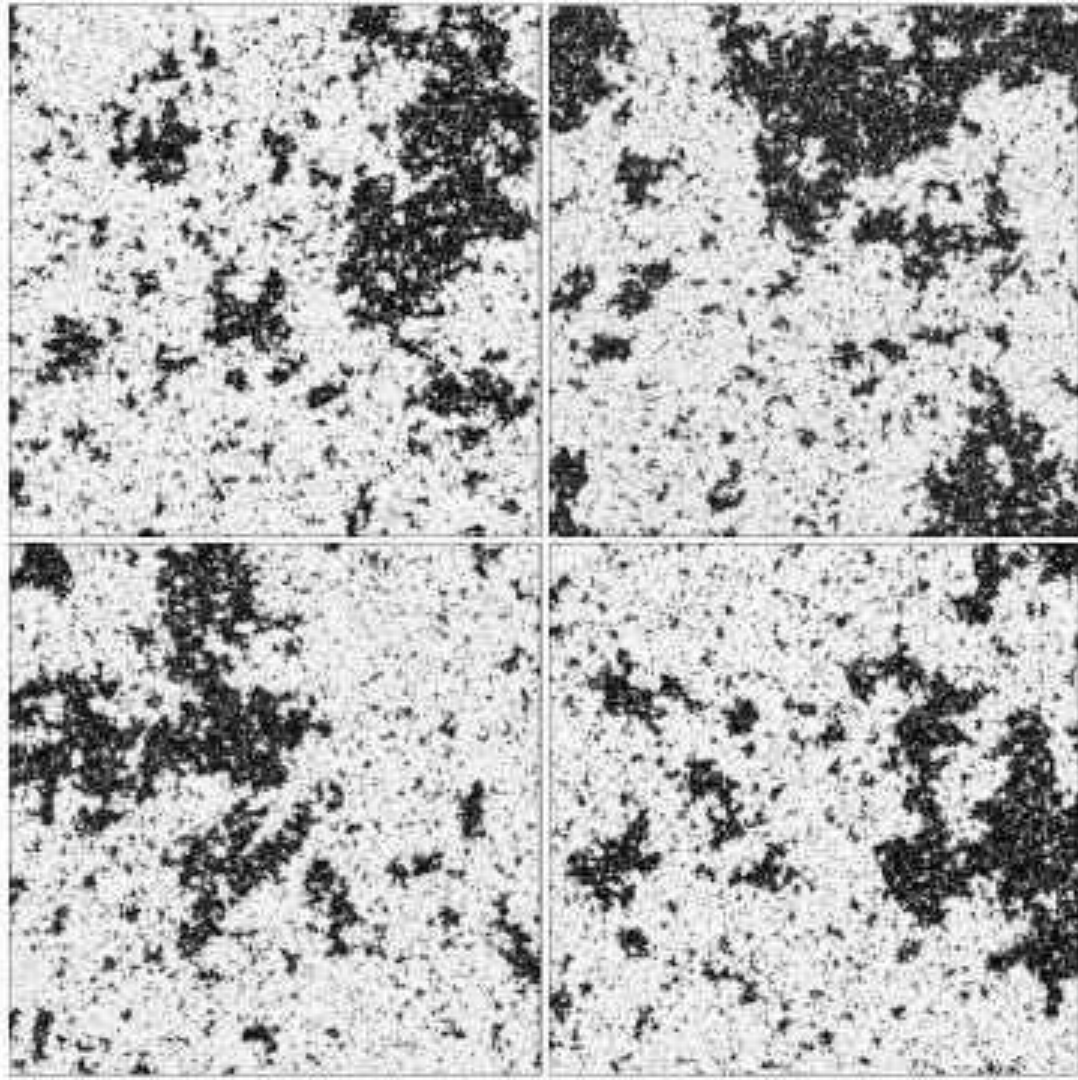




$$L = 2^{17}$$

$$L = 2^{11}$$

KINETICALLYCONSTRAINED.COM





SITPOR.ORG/RENORM



سیپاس

عباس ک. ریزی

ABBAS.SITPOR.ORG



«پیچیدگی برای همه!»



سه چارچوبی می‌خورد که حیاتی کارم مربوط به سیستم‌های پیچیده، خصوصاً شبکه‌ها شده است. طی این سال‌ها معیار روش‌های کامل مقالات مروری کتاب‌ها، کورس‌های آنلاین و مجموعه سخنرانی‌های بسیار خوبی به زبان انگلیسی منتشر شده که به ما کمک برای مکان افق هم‌سرس هستند. با این وجود، در فضای فارسی‌زبان هنوز چیزی که کتاب آموزشی استاندارد برای شروع مطالعه سیستم‌های پیچیده وجود ندارد و کتاب‌های درس هم بسیار محدود به اقرب از دانشجویان یک رشته خاص هستند! «مبانی سیستم‌های پیچیده» در دانشگاه‌های ما مانند نقل‌نویسی است که تلاش می‌کند حوزه پژوهش روزگار بدون بلد نبودن در مسیر پژوهش‌ها گوناگون را خلاصه‌های حرکت کند. به همین خاطر، شما هم و هم دانشکده‌های که روی این موضوع کار می‌کنند، پژوهش‌ها را با دیگر فرصت‌های یادداشتی به محله آموزش و یادگیری در نظر می‌آید. البته معنی هم دارا یک استاد نمی‌تواند هم کار می‌کند، هم دانشجوی تربیت کند و هم پژوهش‌های دست اول انجام دهد و از آن نظر تولید محتوای آموزشی استاندارد هم داشته!

کتاب گفته می‌شود که این پیچیدگی بخشی از تعاریف کلیه‌هایی برای نظم افلاکی در فضا و سیستم‌های پدید می‌آید. اما این تعریف‌ها است که رفتار آن‌ها را مشخص می‌کند.

به نظر من در ایران، تا زمانی که محتوای مناسب به زبان فارسی وجود نداشته باشد، نمی‌توانم تلقی‌های رایج گروه‌های مترجم‌ها در معنای افلاکی را داشته باشم یا باید قبول کنم که هوشمند شدن یا کسانی که عبری در دانشگاه جواب دانششان را به زور یادگیری یا مفاهیم گریز مسئولان بالادستی برای حیات از عرصه پژوهش بدون وجود یک مطالعه عمومی کار مفید می‌آید. البته تا نیاز داریم که مردم دست کم دانشگاه‌ها، بدانند که چرا سیستم‌های پیچیده مهم است!

برای همین تصمیم گرفتم تا جایی که می‌توانم، مسیر یادگیری سیستم‌های پیچیده را برای علاقه‌مندیانی که عزت‌یافتن و هوشمند شدن برای آن‌ها مهم است، هموار کنم. با دارا، با همکاران، برای طرح ایده دارم چند جلسه آنلاین برگزار می‌کنم. در دانشگاه‌ها همیشه بهانه‌ها زیاد است. البته همیشه این محدودیت‌هایی می‌توانم معلوم‌اند اما سیستم‌های پیچیده است آن‌ها که با وجود جزئیات زیاد، هم می‌خواهد طی این جلسات افراد با پیش‌زمینه‌های مختلف با ایده‌های اصلی آشنا شوند. در مورد جزئیات این برنامه‌ها به زودی می‌نویسم.