

سیتپور

به خاطر روایتگری در علم!



مقدمه‌ای بر

# باز بهنجارش

این قسمت: زنجیره‌های مارکوف!

# عباس کریمی

---



[SITPOR.ORG](http://SITPOR.ORG)



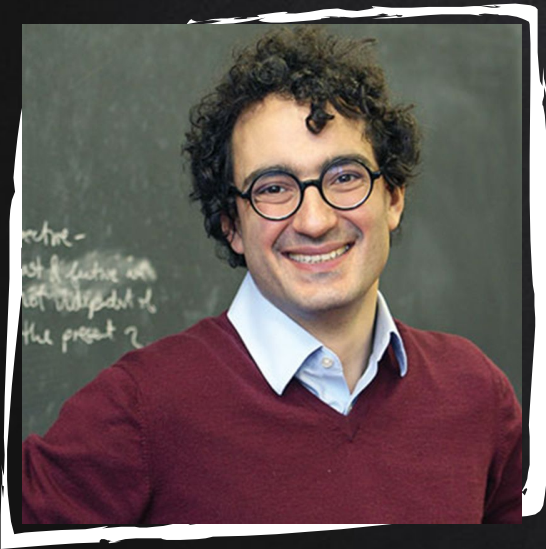
[CCNSD.IR/ABBAS](http://CCNSD.IR/ABBAS)



[ABBASCARIMI@GMAIL.COM](mailto:ABBASCARIMI@GMAIL.COM)

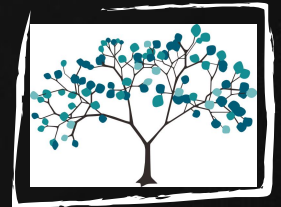


## INTRODUCTION TO RENORMALIZATION



SIMON DEDEO, PH.D. IN ASTROPHYSICS

- ✗ ASSISTANT PROFESSOR, LABORATORY FOR SOCIAL MINDS, CARNEGIE MELLON UNIVERSITY
- ✗ EXTERNAL FACULTY AT THE SANTA FE INSTITUTE
- ✗ [HTTP://BIT.LY/SFIRENORM](http://bit.ly/SFIrenorm)



آنچه گذشت

## داده با وضوح بالا



داده با وضوح بالا



سادسازی



داده درشت-دانه بندی شده





درشت-دانه‌بندی





درشت-دانه‌بندی







نظریه ۲



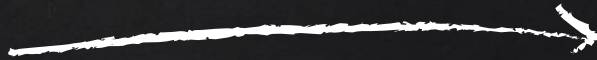
نظریه ۱



درشت-دانه‌بندی



نظريه ۲



نظريه ۱

کشفیات-تجرباتی

بازبینی‌جاریش  
RG FLOW




# سری زمانی



# سری زمانی



$$Y = F(T)$$

$$Y \in \mathbb{R}$$
$$Y \in \mathbb{N}$$

# سری زمانی

$$S = \left\{ \text{👊}, \text{👐}, \text{✌️} \right\}$$

سیستم ۳-حالتی

R P S S P R ...



## سری زمانی

$$S = \left\{ \text{Rock}, \text{Paper}, \text{Scissors} \right\}$$

## سری زمانی

$$S = \left\{ \text{fist}, \text{open palm}, \text{peace sign} \right\}$$

PSSRPSSRRPSSSRPSRPS  
RRPSRPSRRPSRPSRRPS  
RPSRPSRPSRPSRPSRPS  
PSRPSRPSRPSRRPSRPS  
SSRPSRPSRPSRPSRPS  
RPSRPSRRPS...





$$S = \{R, P, S\}$$

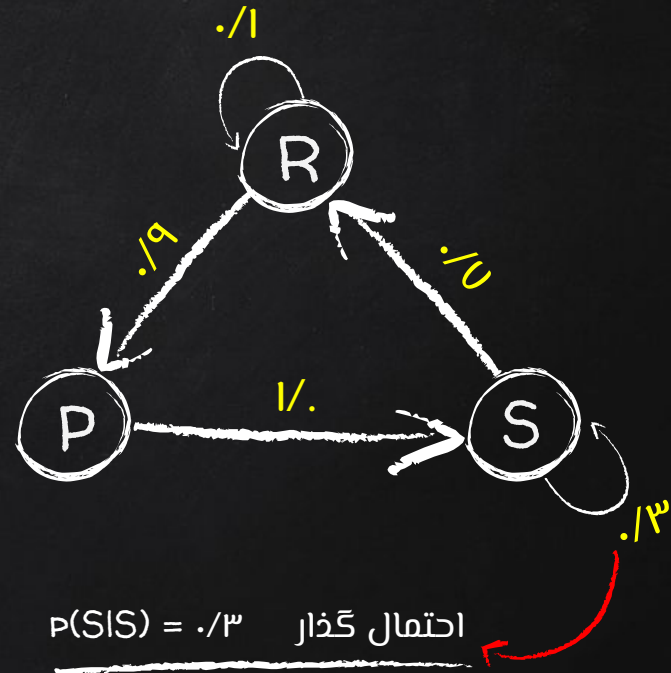
PSSRPSSRRPSSRPSRPS  
RRPSRPSRRPSRPSRRPS  
RPSRPSRPSRPSRPSRR  
PSRPSRPSRPSRRPSRPS  
SSRPSRPSRPSRPSRPSS  
RPSRPSSRPS...

## سری زمانی و زنجیره‌های مارکف

# زنجیره‌های مارکف

$$S = \{R, P, S\}$$

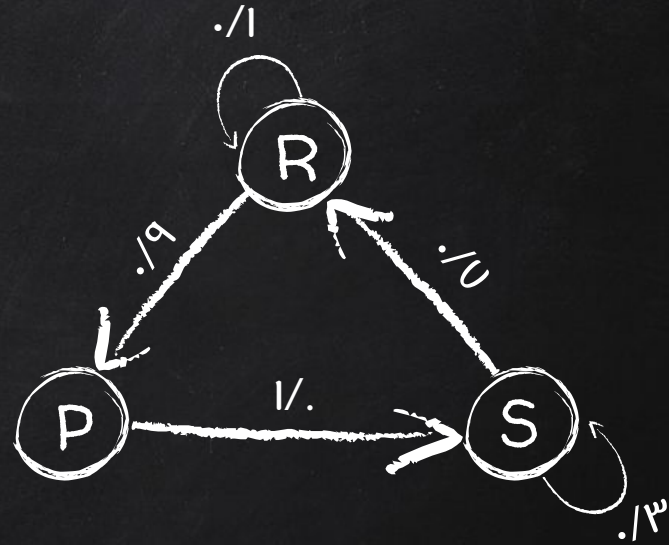
PSSRPSSRRPSSRPSRPS  
RRPSRPSRRPSRPSRRPS  
RPSRPSRPSRPSRPSRR  
PSRPSRPSRPSRRPSRPS  
SSRPSRPSRPSRPSRPSS  
RPSRPSSRPS...



$$S = \{R, P, S\}$$

PSSRPSSRRPSSRPSRPS  
RRPSRPSRRPSRPSRRPS  
RPSRPSRPSRPSRPSRR  
PSRPSRPSRPSRRPSRPS  
SSRPSRPSRPSRPSRPSS  
RPSRPSSRPS...

سری زمانی با وضوح بالا

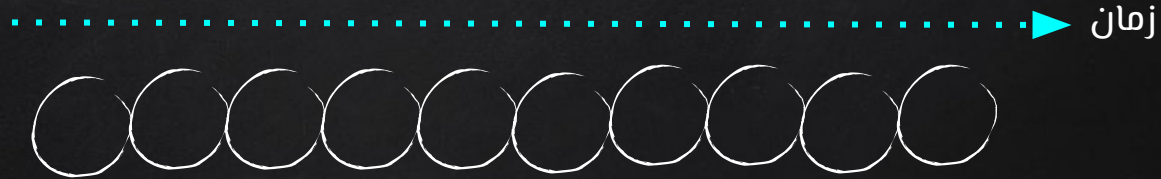


مدل متناظر با سری زمانی

# کاهش وضوح زمانی (درشت-دانه بندی)

## DECIMATION

۱ ثانیه به ۲ ثانیه



# کاهش وضوح زمانی (DECIMATION)

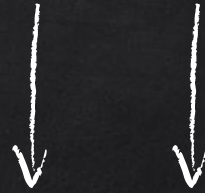
سری زمانی با وضوح بالا

P S S R ...

# کاهش وضوح زمانی (DECIMATION)

سری زمانی با وضوح بالا

P S S R ...



سری زمانی با وضوح پایین

P S ...

## کاهش وضوح زمانی (DECIMATION)

PS SR PS SR RP SS RP SR  
PS RR PS RP SR RP SR PS  
RR PS RP SR PS RP SR PS  
RP SS RR PS RP SR PS RP  
SR RP SR PS SS RP SR PS  
RP SR PS RP SS RP SR PS  
SR PS...

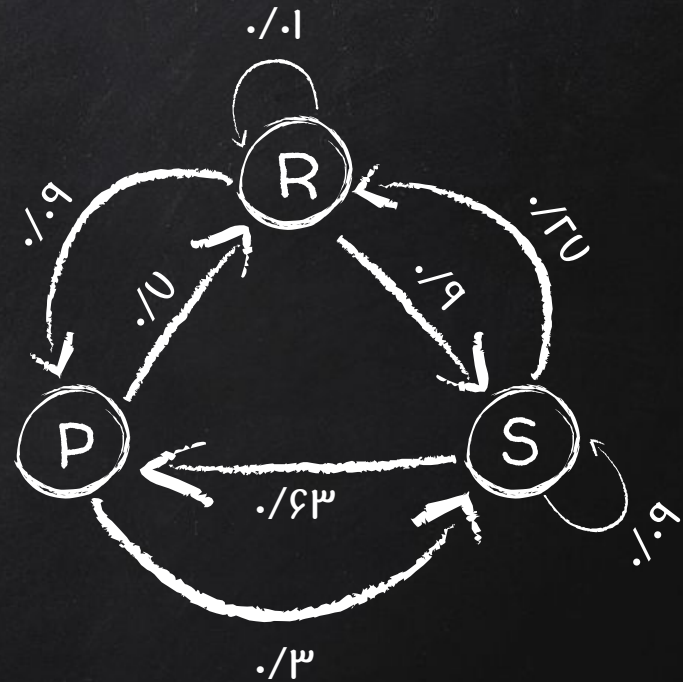
سری زمانی با وضوح بالا

P S P S R S R S P R P R S  
R S P R P R S P R S P R S  
R P R S P R S R S P S R S  
P R S P R S R S P S P...

سری زمانی با نصف وضوح اولیه

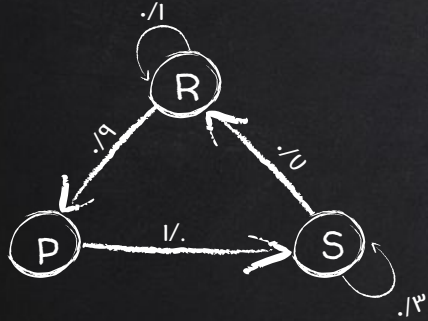
PSPSRSRSPRPRS  
 RSPRPRSPPRS  
 RPRSPPRSRSPSRS  
 PRSPRSRSPSP...

سری زمانی با نصف وضوح اولیه



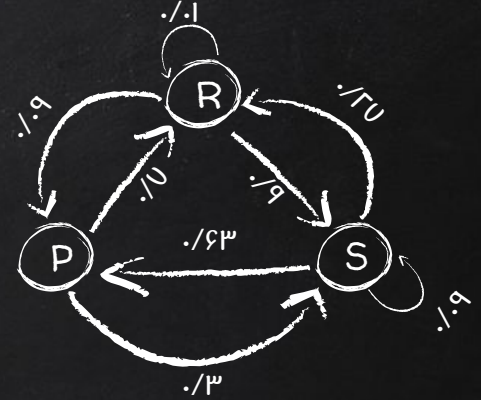
مدل متناظر با سری زمانی





باز بهنجارش

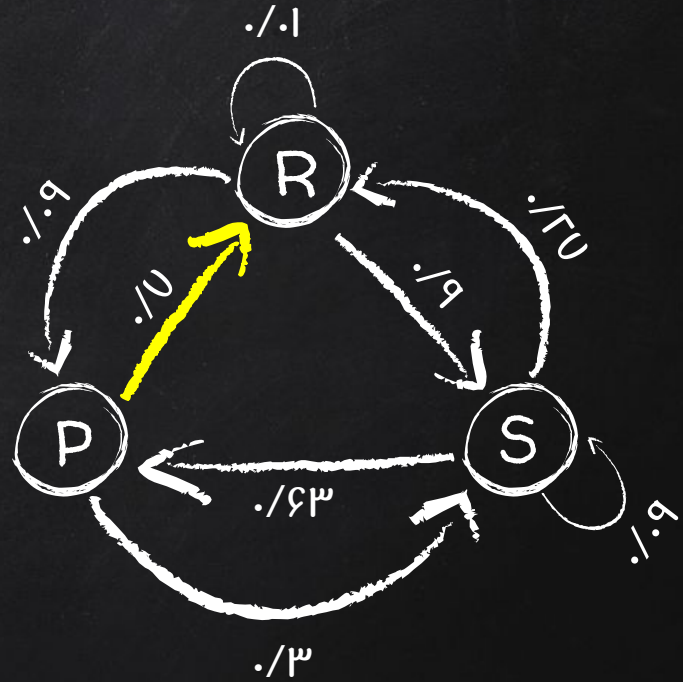
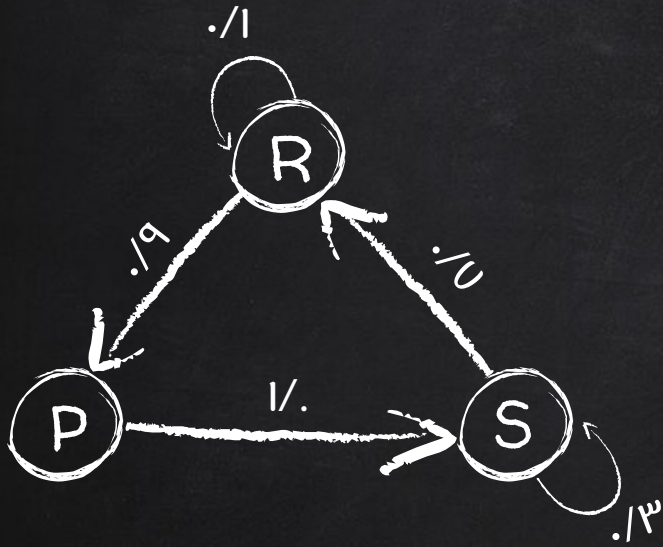
RG

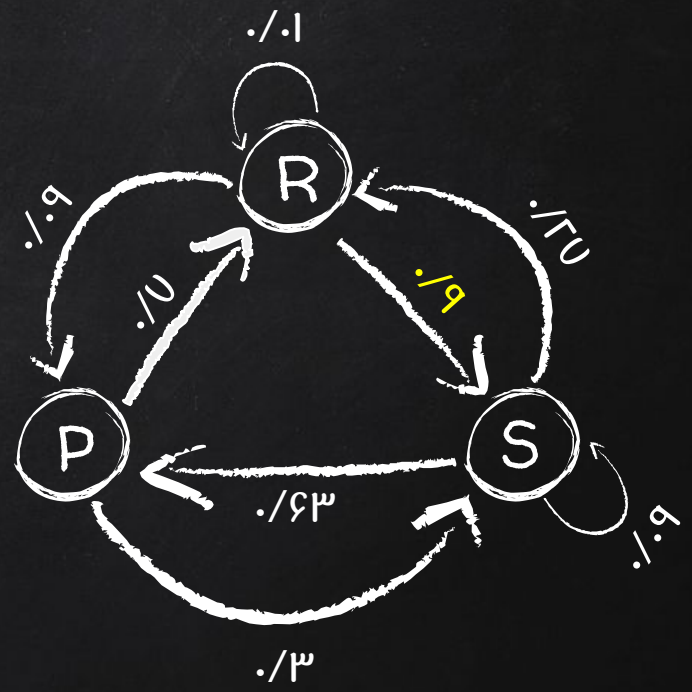
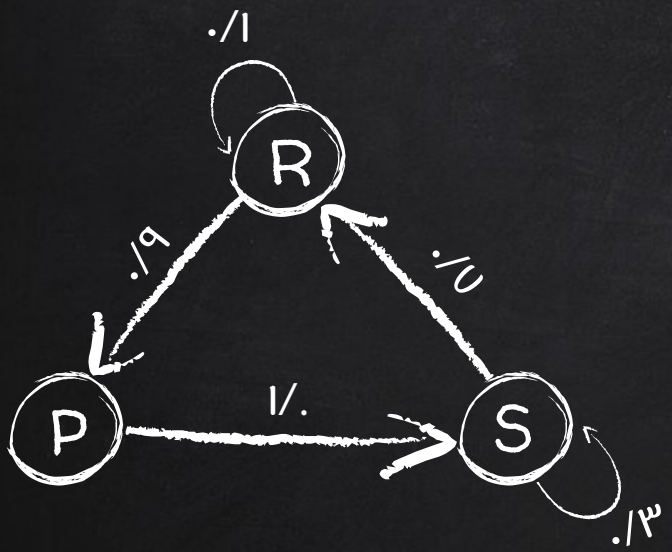


PSSRPSSRRPSSRPSRPSRPPSRPS  
 RRPSRPSRRPSRPSRPSRPSRPSR  
 SSRPSRPSRPSRPSRPPSRPSSSR  
 PSRPSRPSRPSRPPSSRPSRPSRPS...

درشت-دانه بندی

PSPSRSPRPRSPR  
 PRSPRSPRSPRSPR  
 SPSRSPRSPRSPSP...

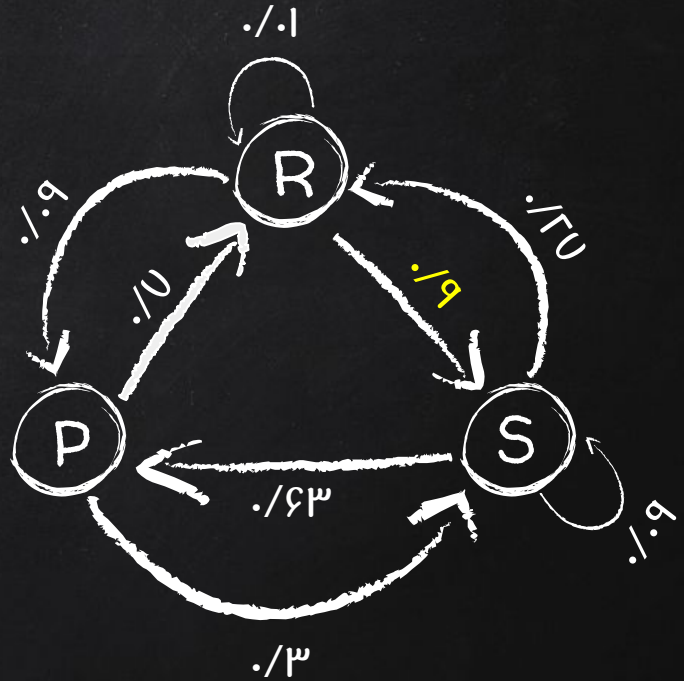
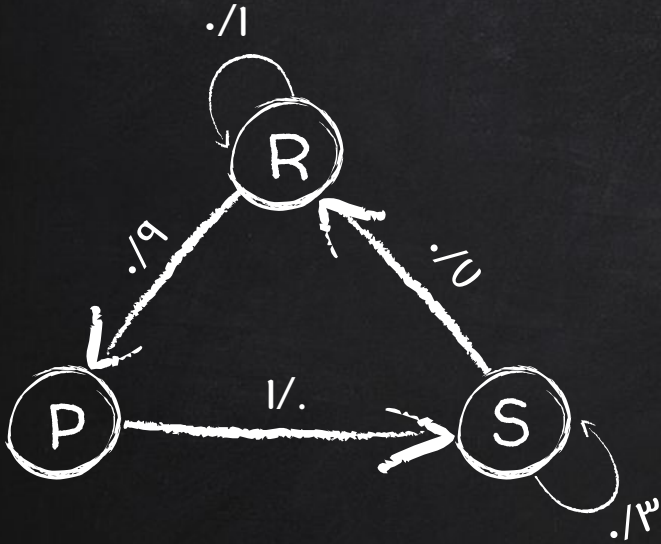


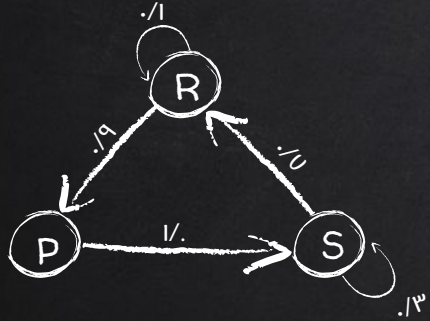


RP S...



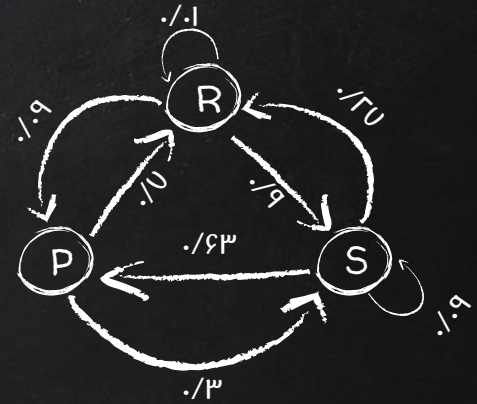
RS...



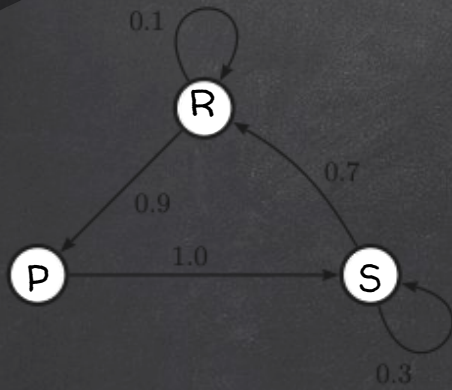


باز بهنجارش

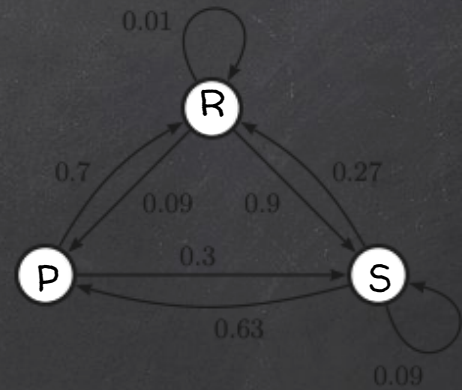
RG FLOW



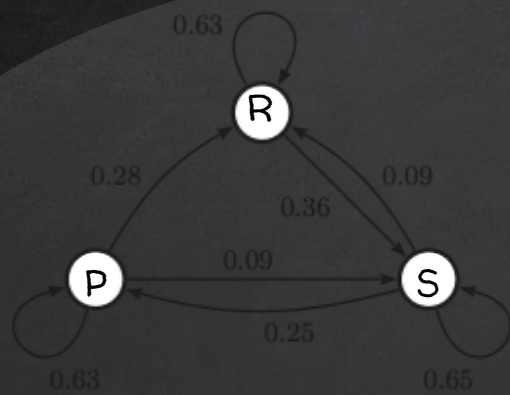
?



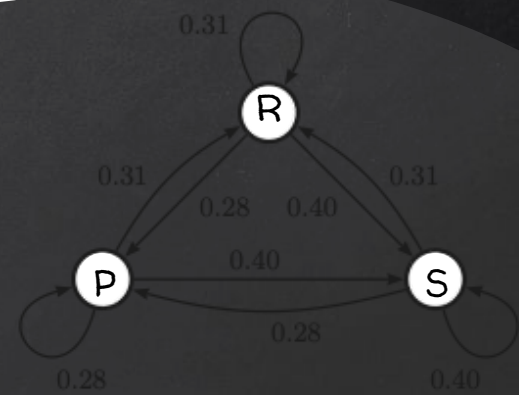
one step



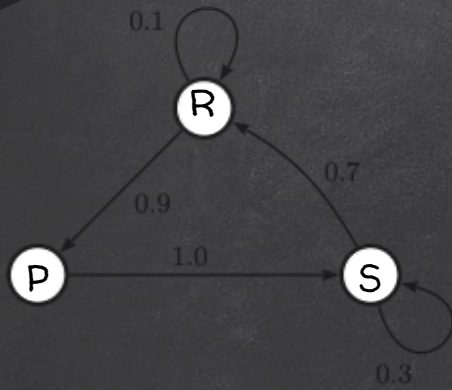
two steps



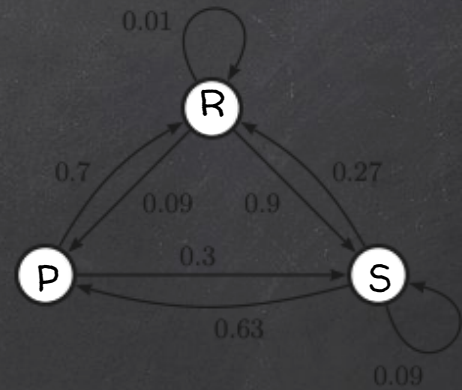
three steps



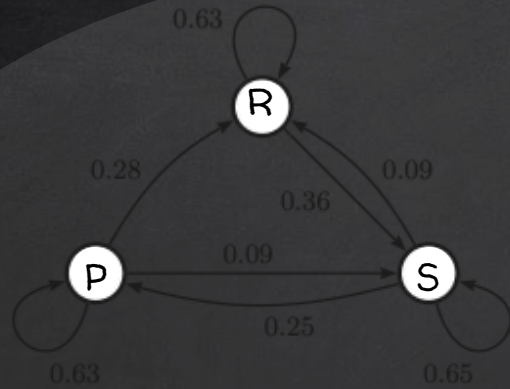
many steps



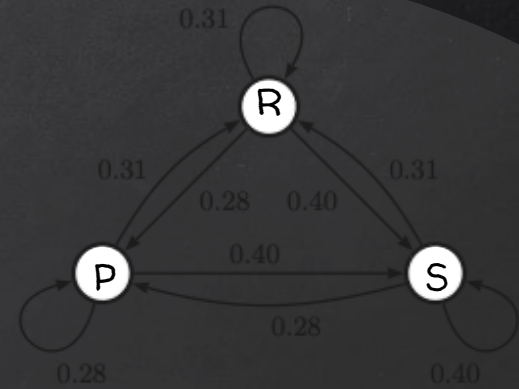
one step



two steps

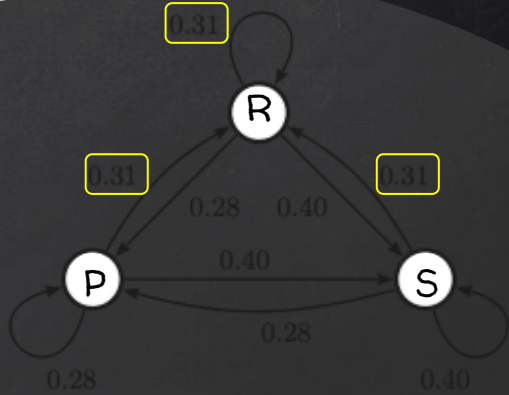
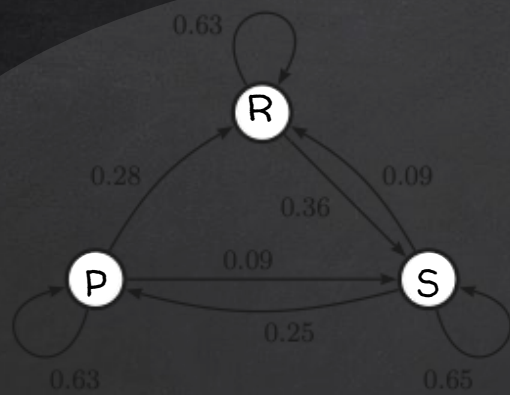
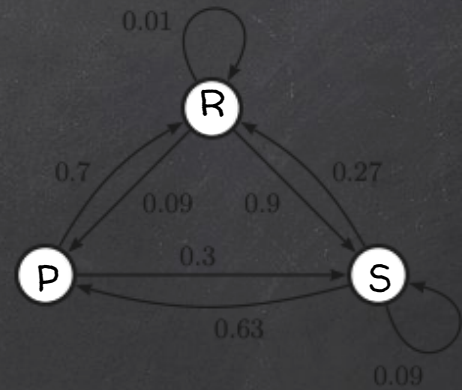
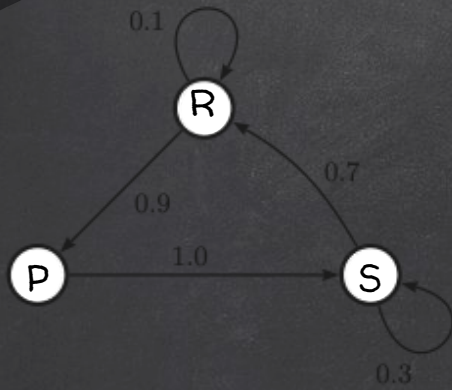


three steps



many steps

نقطه ثابت

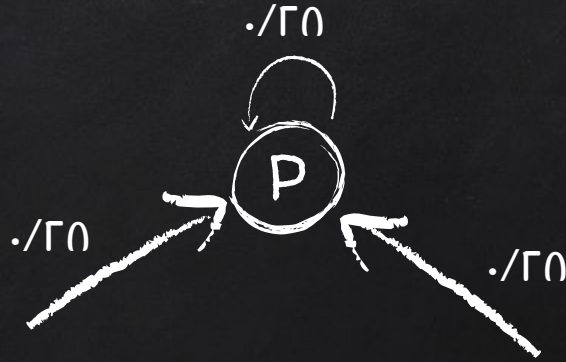
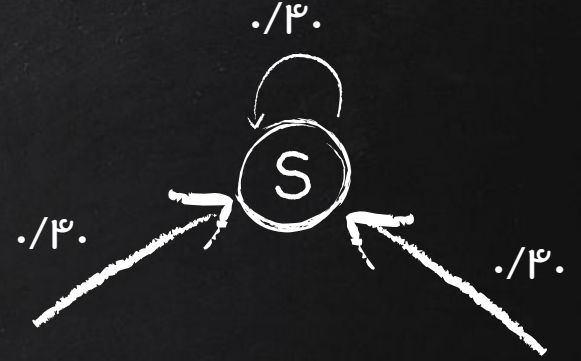
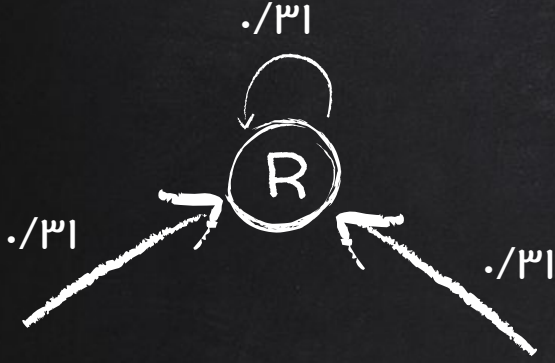


نقطه ثابت





## نقطه ثابت

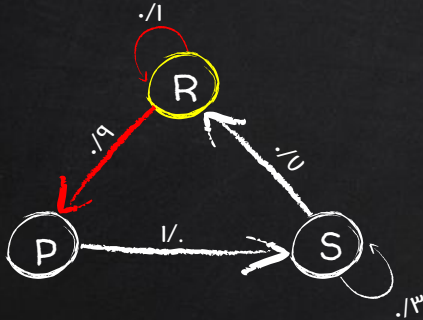




✗  $S = \{R, P, S\}$

✗  $P(R|R) + P(P|R) + P(S|R) = 1$

■  $.1 + .9 + .0 = 1.0$





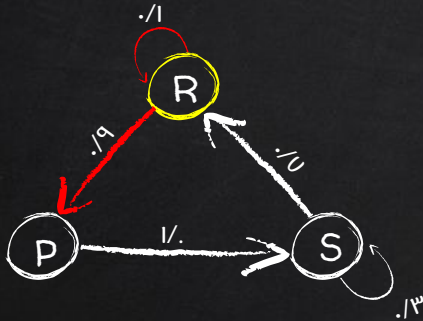
✗  $S = \{R, P, S\}$

✗  $p(R|R) + p(P|R) + p(S|R) = 1$

✗ پارامتر آزاد برای هر حالت = ۲

✗ پارامترهای آزاد مدل = ۶

---



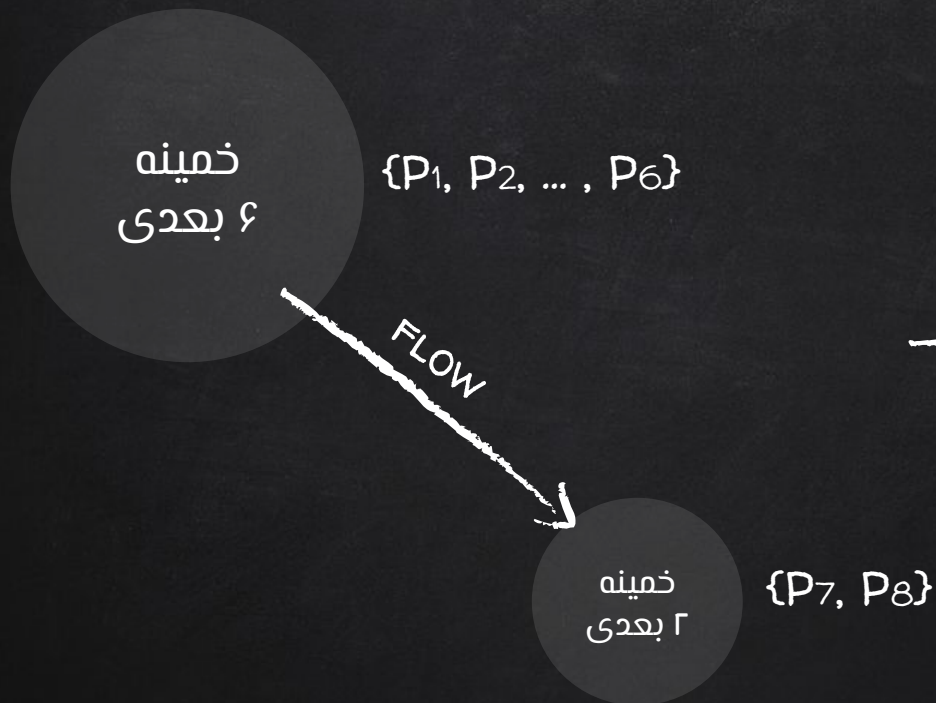


پارامتر آزاد برای هر حالت = ۲ ×

پارامترهای آزاد مدل = ۶ ×

در بی نهایت: ×

پارامترهای آزاد مدل = ۲ ×

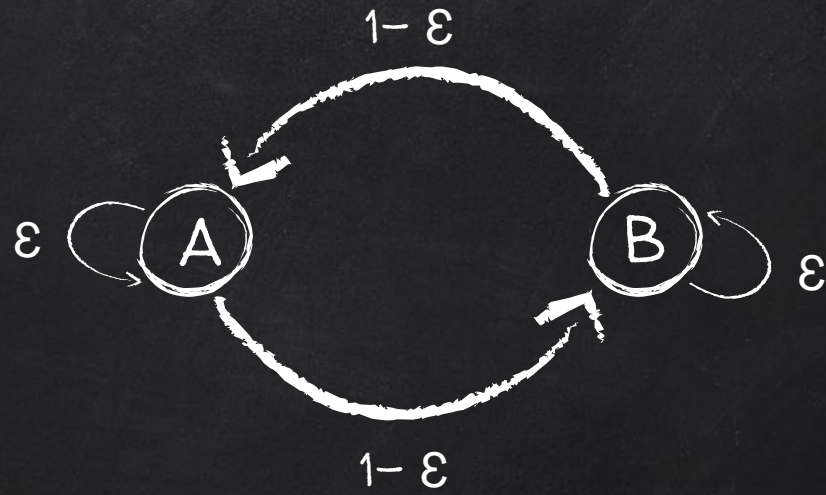


فشرده‌سازی داده‌ها ✕

کاهش ابعاد فضای مدل‌ها ✕

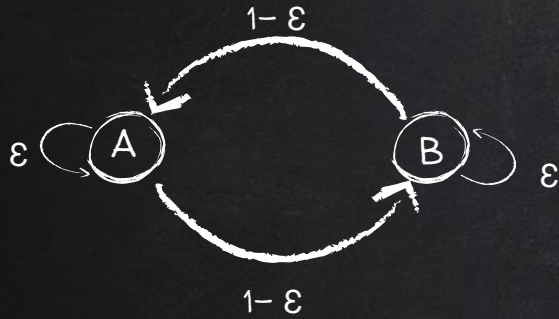


# ریاضیات زنجیره مارکف



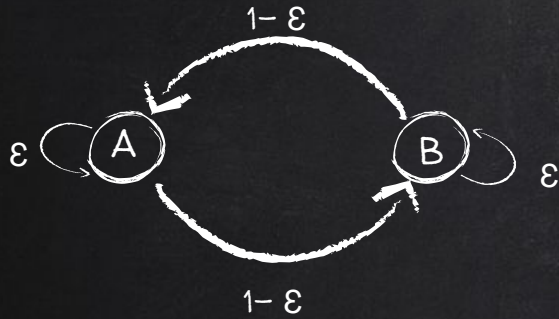
ABABBABABABAABAAA...





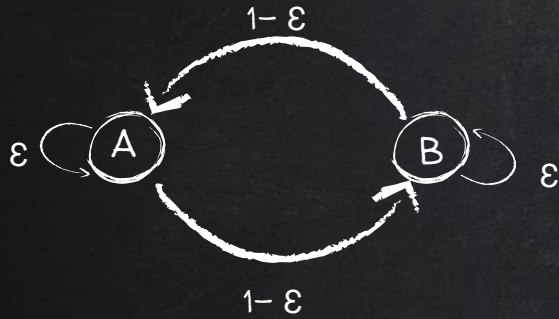
$$\vec{P} = \begin{pmatrix} P_A \\ P_B \end{pmatrix}$$

بردار وضعیت سیستم:



$$\begin{pmatrix} P_{(A|A)} & P_{(A|B)} \\ P_{(B|A)} & P_{(B|B)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_A \\ P_B \end{pmatrix}$$

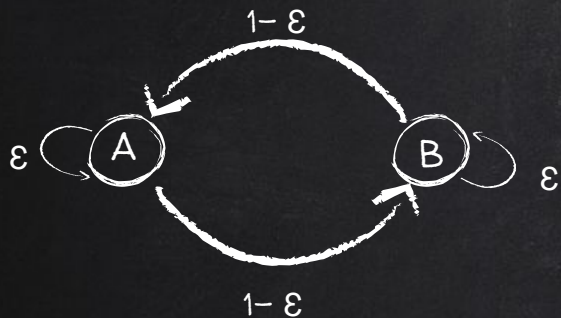
عملگر تحول  $T$



$$\begin{pmatrix} P(A|A) & P(A|B) \\ P(B|A) & P(B|B) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_A \\ P_B \end{pmatrix}$$

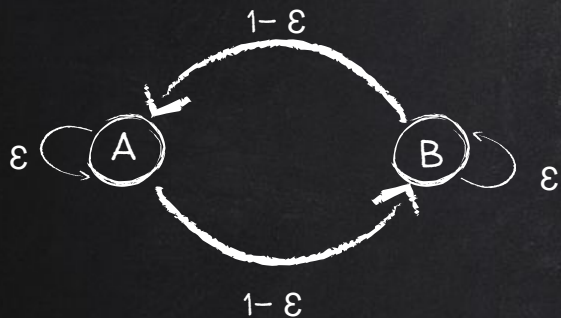
ماتریس تصادفی

$$P(A|A) + P(B|A) = 1$$

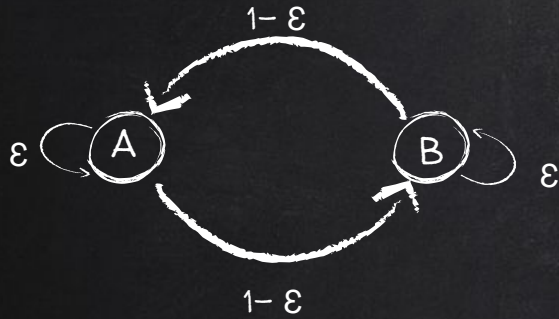


$$\tau \vec{P} = \vec{P}$$

$$\begin{pmatrix} P(A|A) & P(A|B) \\ P(B|A) & P(B|B) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_A \\ P_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P(A|A)P(A) + P(A|B)P(B) \\ P(B|A)P(A) + P(B|B)P(B) \end{pmatrix}$$

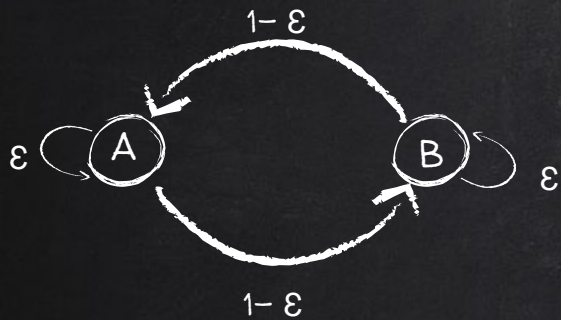


$$T = \begin{pmatrix} P(A|A) & P(A|B) \\ P(B|A) & P(B|B) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon & 1-\varepsilon \\ 1-\varepsilon & \varepsilon \end{pmatrix}$$



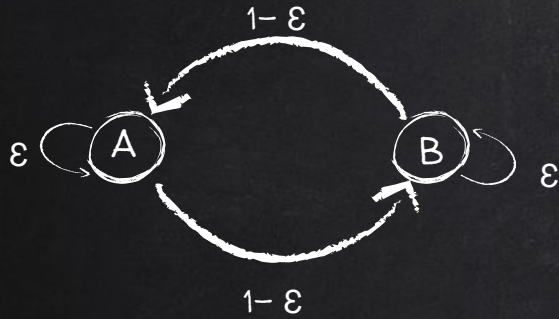
$$T.T = \begin{pmatrix} \epsilon^2 + (1-\epsilon)^2 & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$, T \overset{N \text{ ڀولڻ}}{\dots} T = T^N$$



$$T = \begin{pmatrix} \varepsilon & 1-\varepsilon \\ 1-\varepsilon & \varepsilon \end{pmatrix}$$

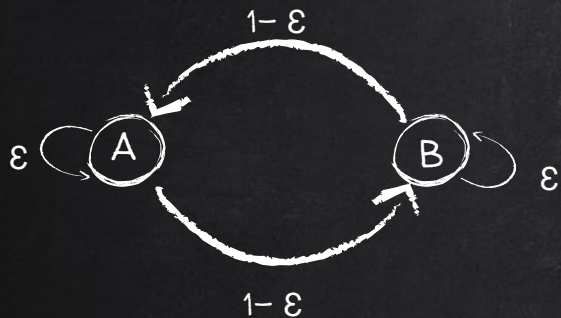
$$\left\{ \begin{array}{l} T \vec{V}_1 = \lambda_1 \vec{V}_1 \\ T \vec{V}_2 = \lambda_2 \vec{V}_2 \end{array} \right.$$



هر توزیع دلخواه از وضعیت A , B :

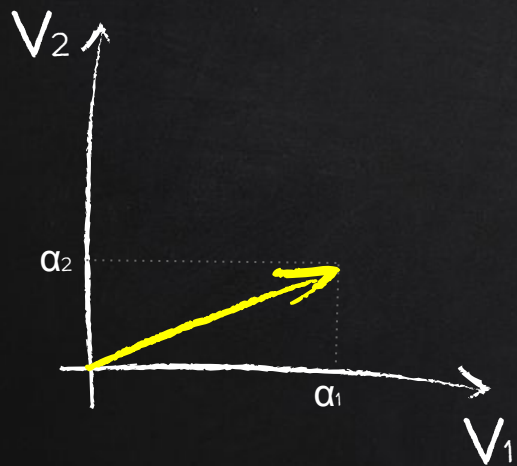
$$\vec{P} = \alpha_1 \vec{V}_1 + \alpha_2 \vec{V}_2$$

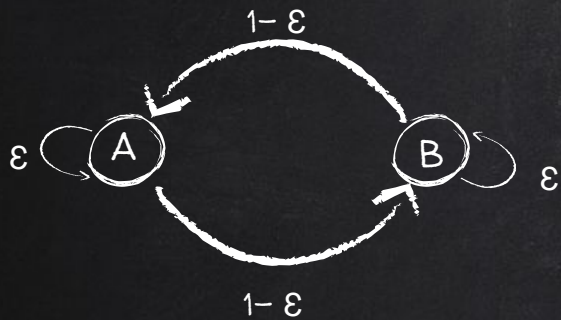




$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}$$

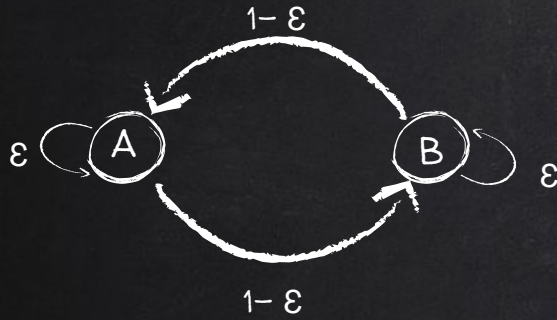
بردار وضعیت سیستم  
در فضای ویژه بردارها:





$$T = \begin{pmatrix} \varepsilon & 1-\varepsilon \\ 1-\varepsilon & \varepsilon \end{pmatrix}$$

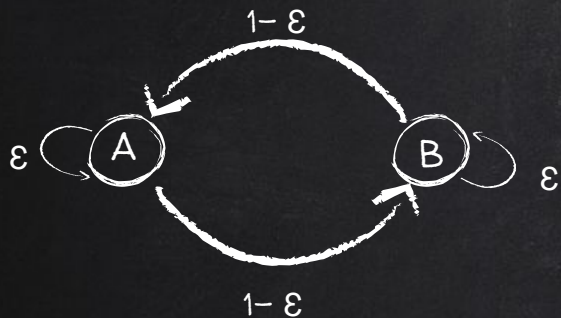
$$\hat{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2\varepsilon-1 \end{pmatrix}$$



تبدیل مقیاس

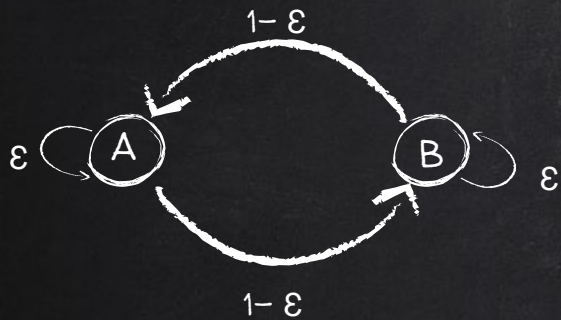


$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2\epsilon-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ (2\epsilon-1)\alpha_2 \end{pmatrix}$$

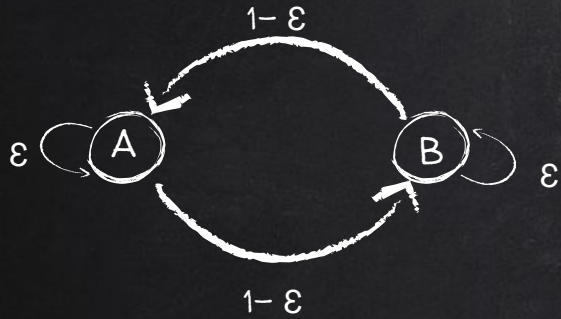


$$\hat{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2\varepsilon-1 \end{pmatrix} \quad |2\varepsilon-1| < 1$$

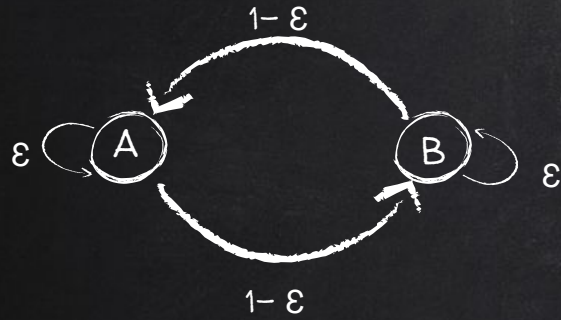
#IRREDUCIBILITY  
#ERGODICITY



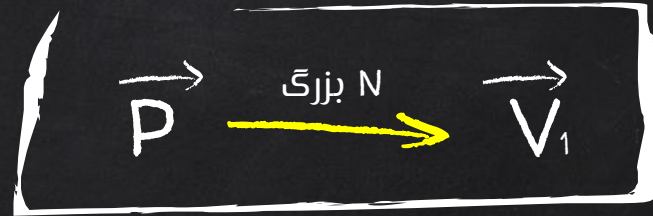
$$\hat{T}^N = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2\epsilon - 1 \end{pmatrix}^N = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & (2\epsilon - 1)^N \end{pmatrix}$$



$$\hat{T}^N \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ (2\epsilon-1)^N \alpha_2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{بزرگ } N} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$



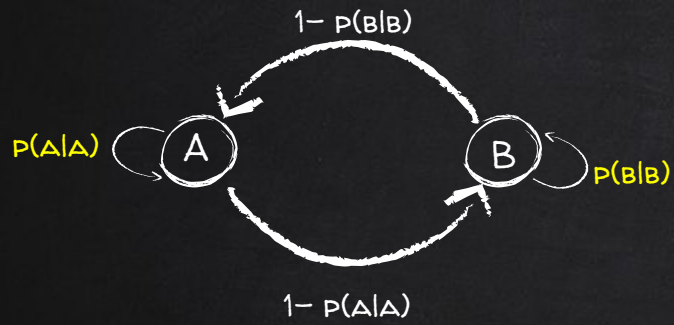
توزیع مانا ماتریس تصادفی اصلی



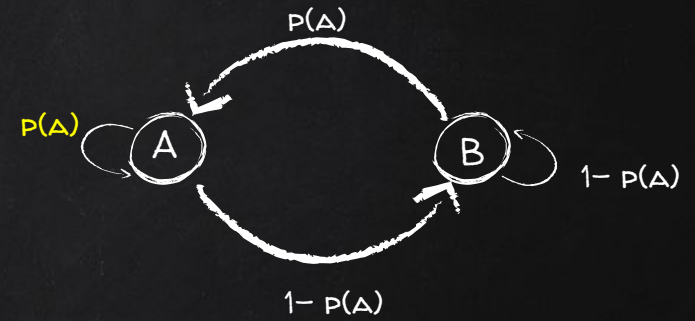
#ASYMPTOTIC DISTRIBUTION  
 #LIMITING DISTRIBUTION  
 #STATIONARY DISTRIBUTION

#ERGODICITY  
 #COUPLING (PROBABILITY)

در گام اول

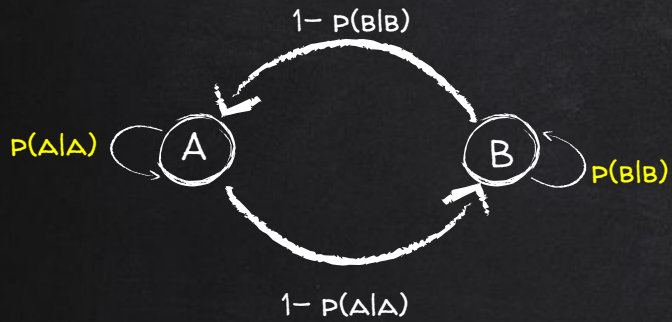


در بی نهایت





## در گام اول

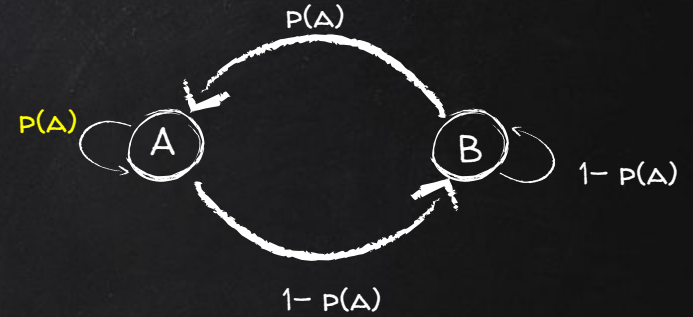


$P(A|A)$

خمینه ابدی

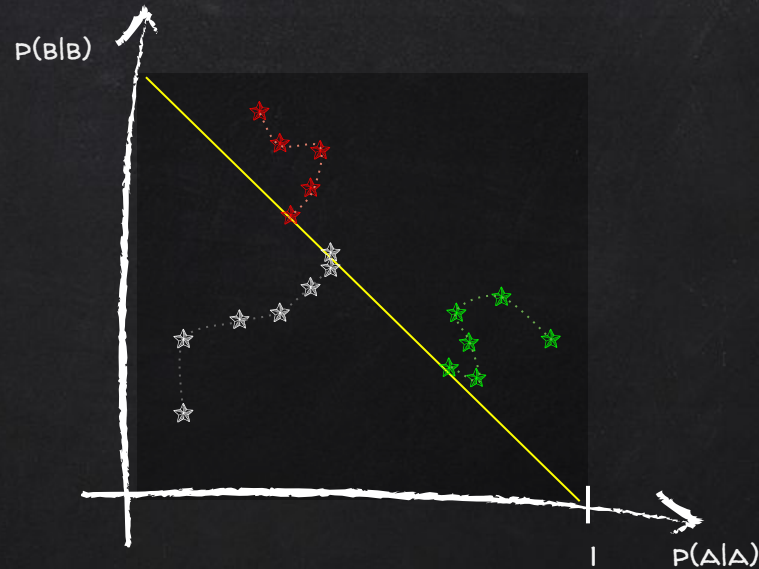
$P(B|B)$

## در بی نهایت



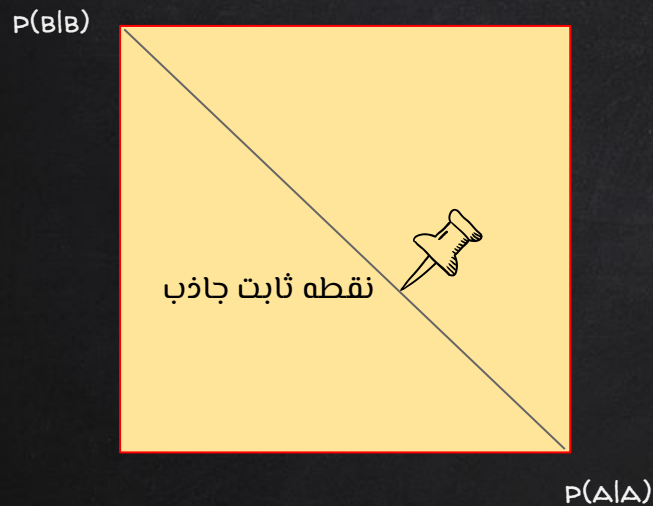
$P(A)$

# فضای مدل‌ها و همگرایی به نقطه ثابت



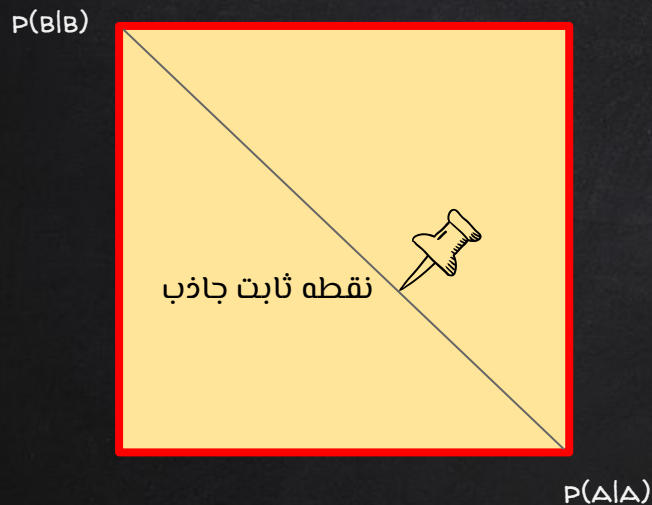
دیگرام فاز

# فضای مدل‌ها و همگرایی به نقطه ثابت

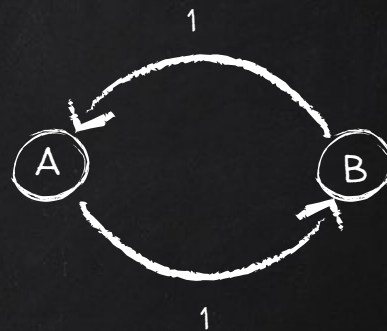


دیگرام فاز

# فضای مدل‌ها و همگرایی به نقطه ثابت

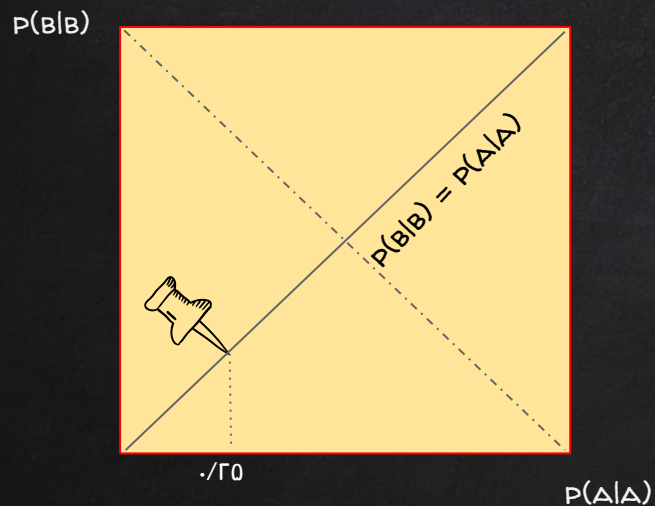


دیگرام فاز

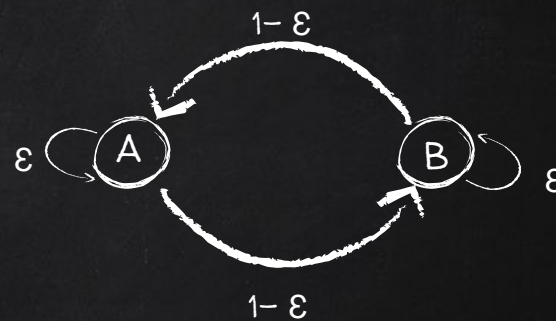


نوسانگرها:  
بدون نقطه ثابت

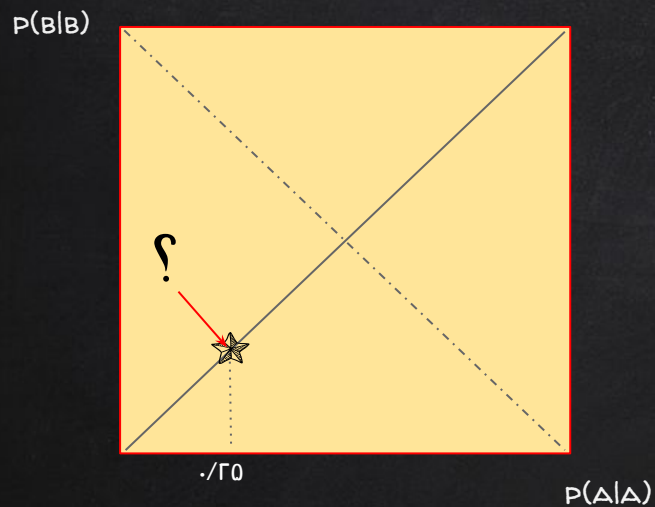
# مدل ریز-دانه‌بندی شده



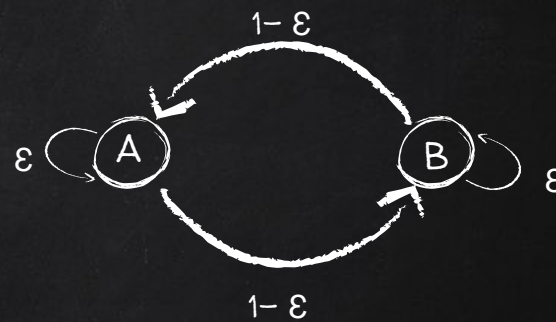
دیاگرام فاز



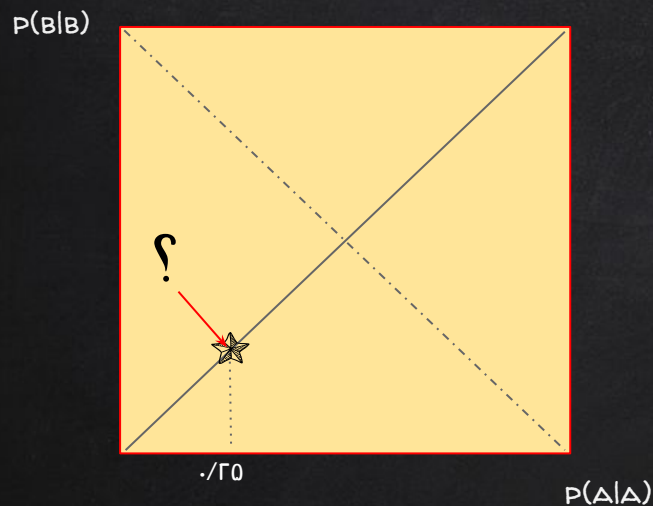
# مدل ریز-دانه‌بندی شده



دیگرام فاز



# مدل ریز-دانه‌بندی شده

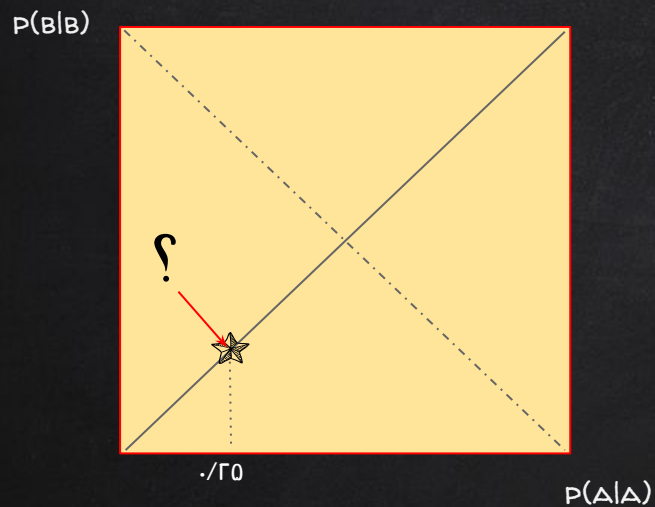


$$A^2 = T$$

$$A = ?$$

دیگرام فاز

# مدل ریز-دانه‌بندی شده



دیگرام فاز

$$A = \begin{pmatrix} x & 1-y \\ 1-x & y \end{pmatrix}$$



## مدل ریز-دانه‌بندی شده

$$\begin{pmatrix} x & 1-y \\ 1-x & y \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} \varepsilon & 1-\varepsilon \\ 1-\varepsilon & \varepsilon \end{pmatrix}$$

## مدل ریز-دانه بندی شده

$$\begin{cases} x = \gamma \\ x = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{1-2(1-\varepsilon)} \end{cases}$$

# مدل ریز-دانه‌بندی شده

$$x = \gamma$$

$$x = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 - 2(1 - \varepsilon)}$$

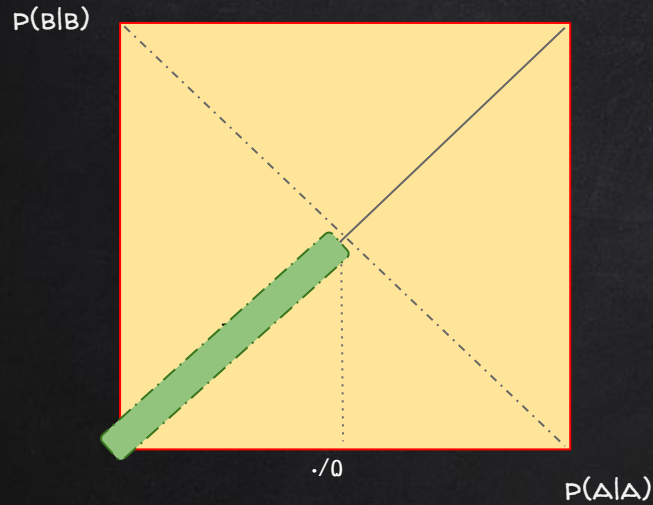
$$\varepsilon = .70$$

$$x = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{-\frac{1}{2}}$$

## مدل ریز-دانه بندی شده

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{-1/2} & \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2} \sqrt{-1/2} \\ \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2} \sqrt{-1/2} & \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{-1/2} \end{pmatrix}$$

# مدل ریز-دانه‌بندی شده



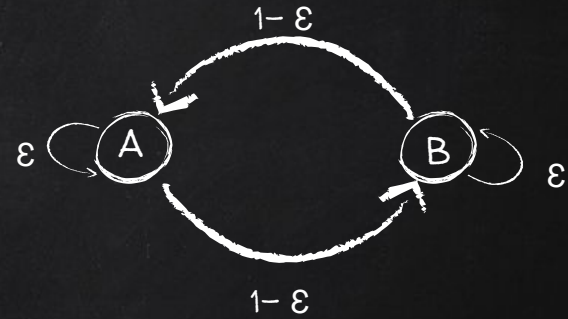
$$x = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{1-2(1-\varepsilon)}$$

$$\varepsilon < \frac{1}{2}$$

# مدل اصلی

$$\varepsilon \ll 1$$

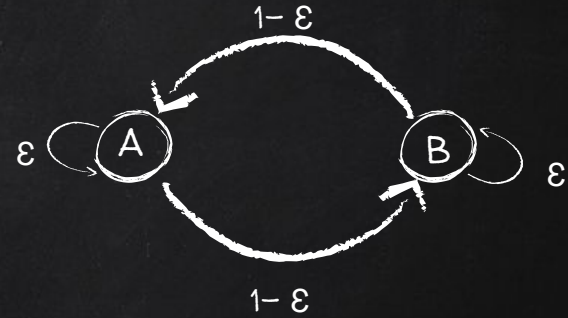
ABABABABB...



# مدل ریز-دانه بندی شده

$$\varepsilon \ll 1$$

A? B? A? B? A? B? A? B? ...

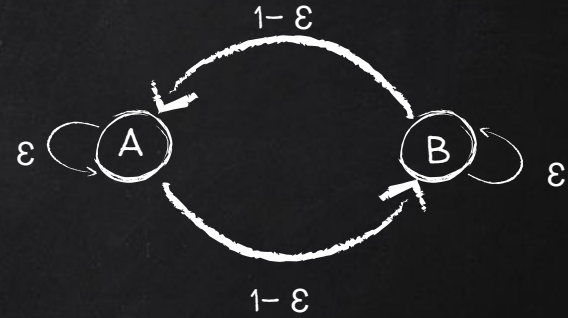


# مدل ریز-دانه بندی شده

$\varepsilon \ll 1$

A? B? A? B? A? B? A? B? ...

?: {A, B}





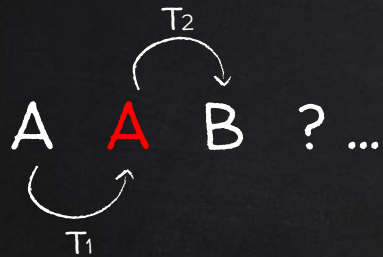
# مدل ریز-دانه بندی شده

A ? B ? ...

A A B ? ...

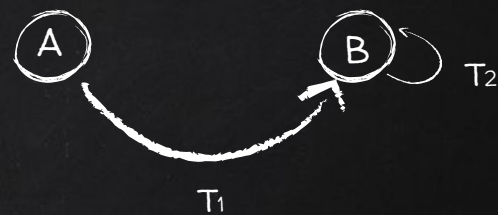
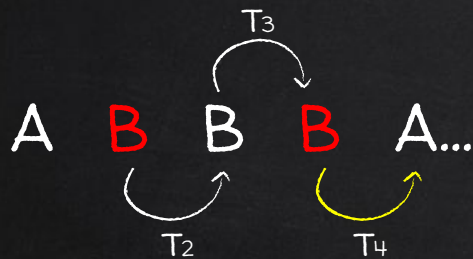
# مدل ریز-دانه بندی شده

A ? B ? ...



# مدل ریز-دانه‌بندی شده

A ? B ? A ...



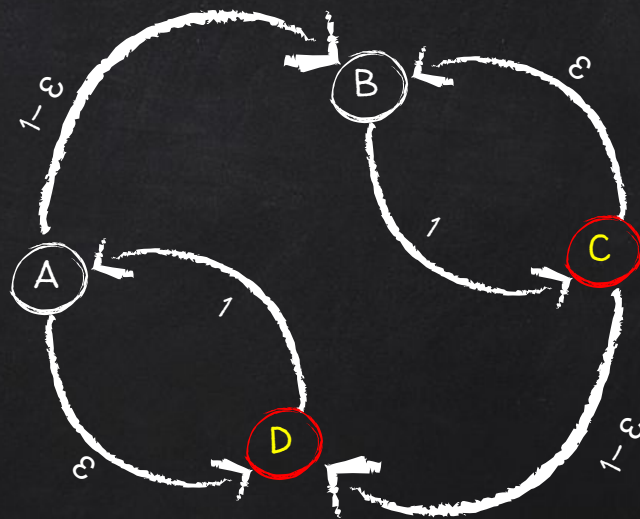
مدل ریز-دانه‌بندی شده برای

$$\varepsilon < \frac{1}{2}$$

نیاز به **حافظه** بیشتر دارد!

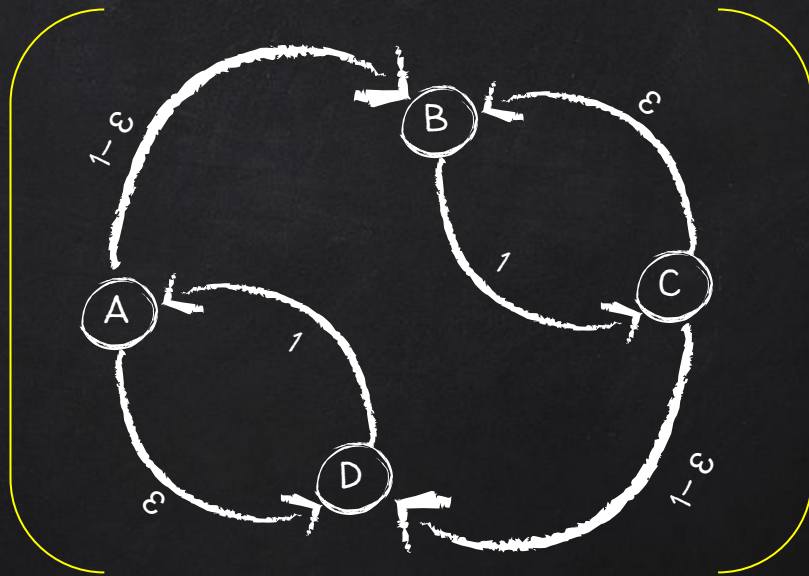
مدل ریز-دانه‌بندی شده

زنجیره مارکف مخفی



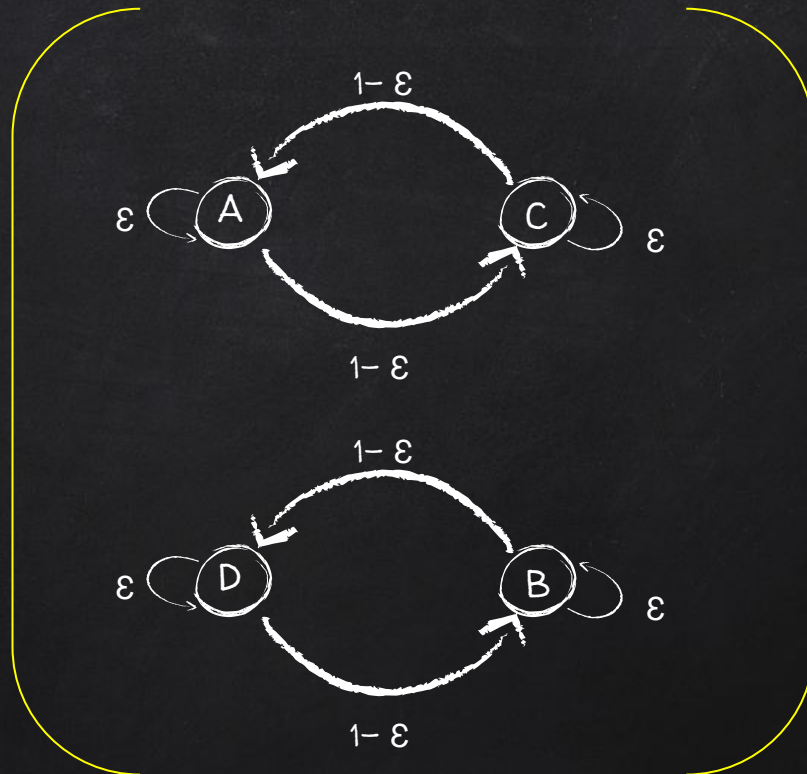
# مدل ریز-دانه بندی شده: زنجیره مارکف مخفی

A =

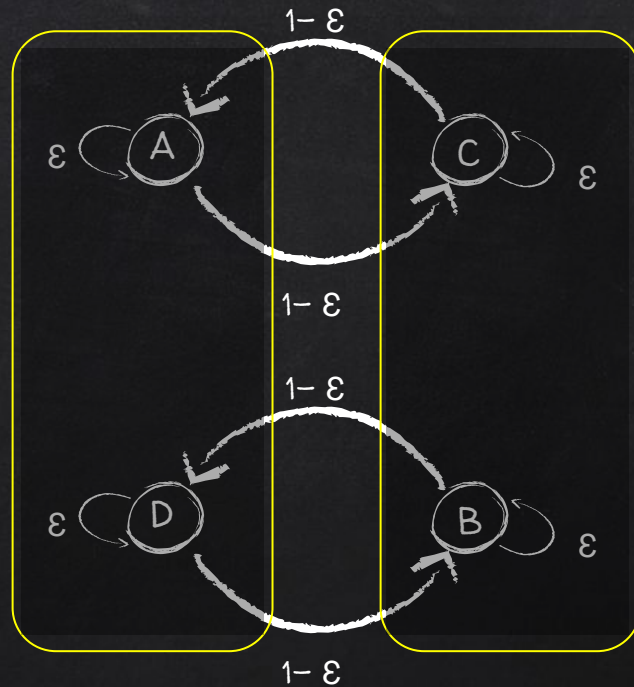


# مدل ریز-دانه بندی شده

$$A^2 =$$

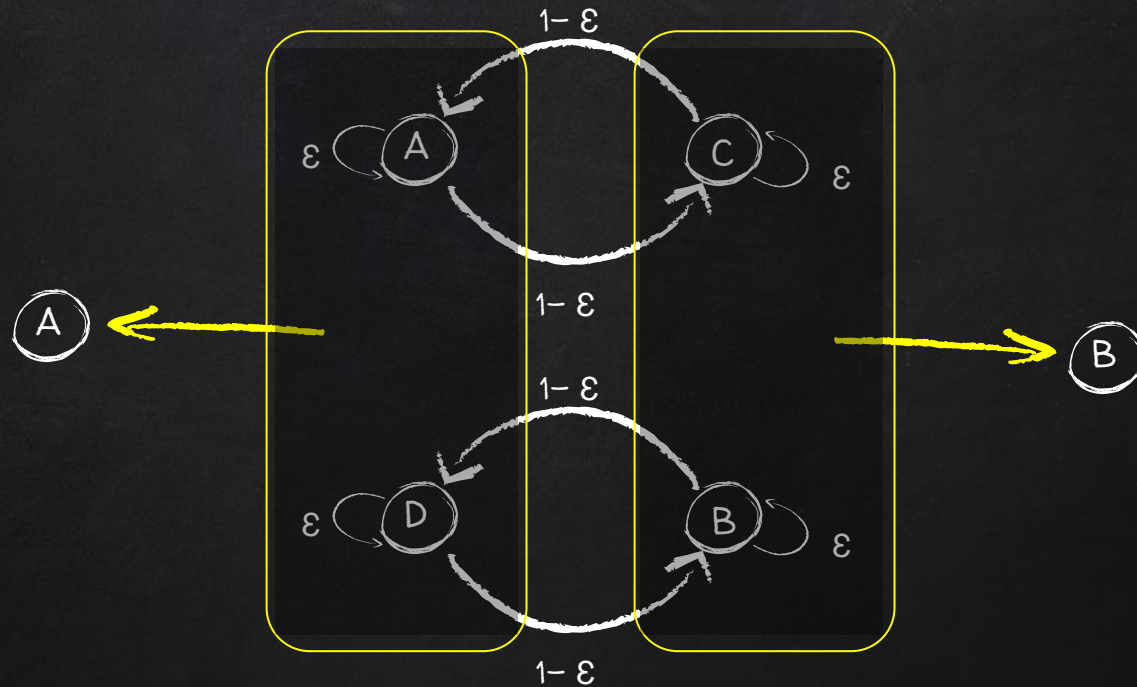


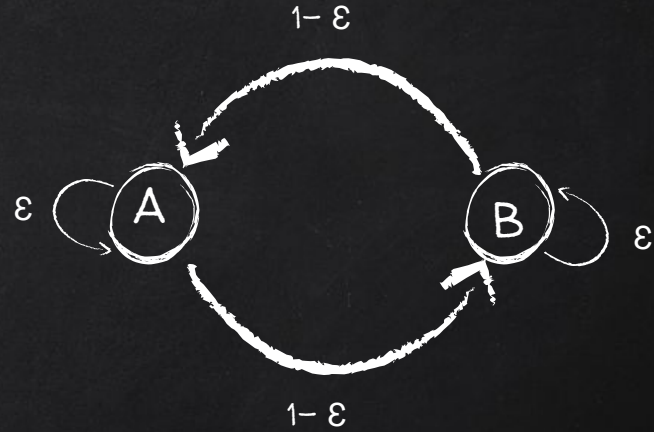
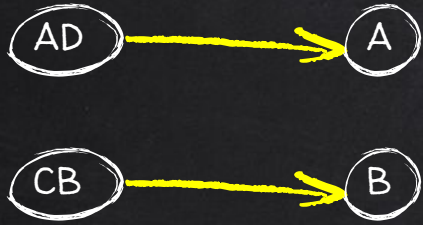
# مدل ریز-دانه بندی شده



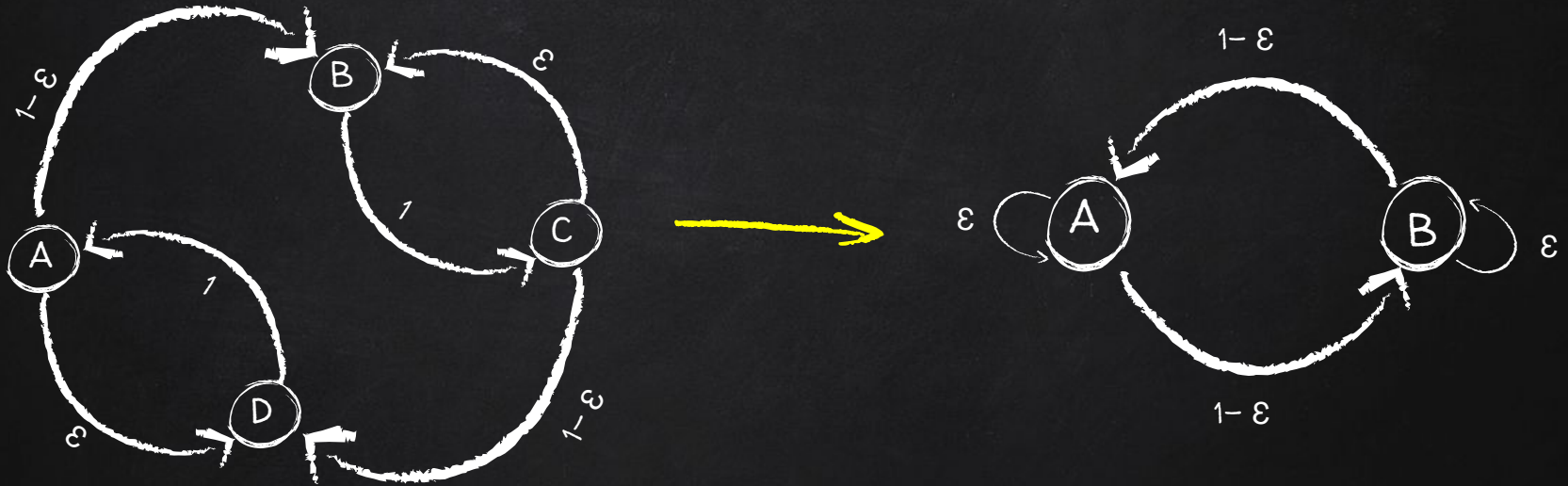


# مدل ریز-دانه بندی شده





# خروج از کلاس مدل



خروج از کلاس مدل

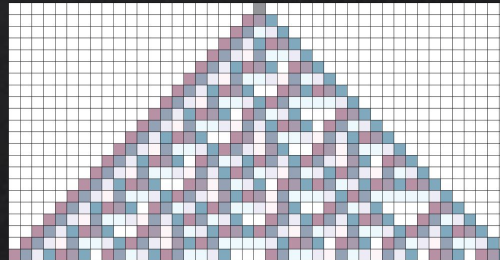
مدل با ۲ پارامتر آزاد  مدل با ۴ پارامتر آزاد





درس‌گفتار بعدی

# اتوماتای سلولی





SITPOR.ORG/COMPLEX-SYSTEMS

---



# سیپاس

## عباس کریمی

ABBAS.SITPOR.ORG



### «پیشگیری برای همه!»



سه چارچوبی می‌خورد که حیاتی کارم مربوط به سیستم‌های پیچیده، خصوصاً هنگامی شده است. این سال‌ها معیار جهانی کامل مطالعات موردی کتاب‌ها، کورس‌های آنلاین و مجموعه‌های کارکنان بسیار خوبی به زبان انگلیسی منتشر شده که به ما کمک برای مکان آنلاین آموزش هستند. با این وجود، در فضای فارسی زبان هنوز چیزی که کتاب آموزشی استاندارد برای شروع مطالعه سیستم‌های پیچیده وجود ندارد و کتاب‌های درس هم بسیار محدود به اقرب از دانشجویان یک رشته خاص هستند! سیستم‌های پیچیده در دانشگاه‌ها ما مانند شکل نمایش است که تلاش می‌کنند حوزه پژوهش روزگار بلد نبود تا در مسیر پژوهش‌ها گوناگون با هم‌کاران حرکت کنند. به همین خاطر، ما هم و هم‌کارانمان که روی این موضوع کار می‌کنیم، پژوهش‌ها را در یک فرمتی برای یادداشت به مقاله آموزش و یادگیری در نظر می‌آوریم. البته هیچ هم‌کاران ما یک استاد نمی‌تواند هم کار می‌کند، هم دانشجوی تربیت کند و هم پژوهش‌ها دست اول انجام دهد و از آن نظر تولید محتوای آموزشی استاندارد هم داشته!

کتابی گفته می‌شود که این پیشگیری بخشی از تعاریف کلیه بخشی برای نظم افکندن در توسعه سیستم‌های بلند معیار است یا قصد جری است که رفتار آن‌ها مشخصی قرار می‌گیرد و کنترل است به دانش پیشگیری سیستم

به نظر من در ایران، تا زمانی که محتوای مناسب به زبان فارسی وجود نداشته باشد، نمی‌توانم تلقی‌های رایج در فضای کارهای مهندسی در زمینه‌های فنی را داشته باشم یا یاد بگیرم که موجد شدن یا کسانی که سعی در دانشگاه جواب ماستان را به زور یادگیری یا مفاهیم گریز مسئولان بالادستی برای حیات از خرج و پرزدها بدون یک مطالعه عمیق کاز مفاهیم نیستند تا نیاز داریم که مردم دست کم دانشگاه‌ها، بدانند که چرا سیستم‌های پیچیده پیچیده است!

برای همین تصمیم گرفتم تا جایی که می‌توانم، مسیر یادگیری سیستم‌های پیچیده را برای علاقه‌مندان که عزت یادگیری و هوشمندی حرکت کردن برین از مرزهای عرفی شده علوم را دارند را هموار کنم. برای شروع دارم چند جلسه آنلاین برگزار می‌کنم که در دانشگاه همیشه به‌دنبال آموزش‌ها برگزار کنیم. البته اصلی این جلسات کلیه‌ها با همین مفاهیم اصلی سیستم‌های پیچیده است. آن‌ها که با وجود جزئیات ویران خود، می‌خواهند این جلسات افراد با پیش‌زمینه‌های مختلف با ایده‌های اصلی آشنا شوند. در مورد جزئیات این برنامه‌ها به زودی می‌نویسم.